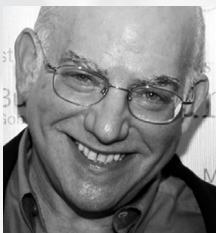


Gregory Chaitin

EL NÚMERO OMEGA

Límites y enigmas de las matemáticas



METATEMAS
TUSQUETS
EDITORES

Gregory Chaitin

EL NÚMERO OMEGA

Límites y enigmas de las matemáticas

Traducción de Dulcinea Otero-Piñeiro

TUSQUETS
EDITORES

Título original: *Meta Math! The Quest for Omega*

1.ª edición: febrero de 2015

© 2005 by Gregory Chaitin

© de la traducción: Dulcinea Otero-Piñeiro, 2015
Diseño de la colección: Lluís Clotet y Ramón Úbeda
Diseño de la cubierta: Estudio Úbeda
Reservados todos los derechos de esta edición para
Tusquets Editores, S.A. - Avda. Diagonal, 662-664 - 08034 Barcelona
www.tusquetseditores.com
ISBN: 978-84-9066-040-9
Depósito legal: B. 26.338-2014
Fotocomposición: David Pablo
Impreso por Limpergraf, S.L.
Impreso en España

Queda rigurosamente prohibida cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación total o parcial de esta obra sin el permiso escrito de los titulares de los derechos de explotación.

Índice

Prólogo	13
Franz Kafka: <i>Ante la ley</i>	21
1. Introducción	23
2. Tres raros amores: Primos/Gödel/LISP	29
3. Información digital: ADN/ <i>Software</i> /Leibniz	83
4. <i>Intermezzo</i>	121
5. El laberinto del continuo	127
6. Complejidad, aleatoriedad e incompletitud	155
7. Conclusión	187
Poema de Robert Chute	197
Poema de Marion Cohen	199
Lecturas complementarias	201
Apéndices	
Ordenadores, paradojas y los fundamentos de las matemáticas.	207
Sobre la inteligibilidad del universo y las nociones de simplicidad, complejidad e irreductibilidad.	221
Índice onomástico	259

Franz Kafka
Ante la ley

Ante la ley hay un guardián. Un campesino se presenta ante ese guardián y le pide acceder a la ley. Pero el guardián responde que ahora no puede permitirle la entrada. El hombre se queda pensando y a continuación pregunta si podrá acceder más tarde. «Tal vez», dice el guardián, «pero ahora no.» Como la puerta para acceder a la ley está, como siempre, abierta y, como el guardián se echa a un lado, el hombre se inclina para intentar ver el interior más allá de la puerta. Cuando el guardián se da cuenta, ríe y dice: «Si tanto te tienta, prueba a entrar a pesar de mi prohibición. Pero ten en cuenta que soy poderoso. Y yo sólo soy el guardián más inferior. En cada sala te encontrarás guardianes cada vez más poderosos que los anteriores. Al tercero ni yo mismo me atrevo siquiera a mirarlo». El campesino no contaba con semejantes dificultades; la ley debe ser accesible para todos y en todo momento, piensa, pero ahora que se detiene a observar mejor al guardián, con su abrigo de piel, su gran nariz puntiaguda, y su larga y rala barba negra de tártaro, decide que será mejor esperar a que lo dejen entrar. El guardián le da un taburete y permite que se siente a un lado de la puerta. Ahí permanece sentado días y años. Intenta muchas veces que lo dejen pasar y agota al guardián con sus ruegos. El guardián lo interroga en ocasiones brevemente con preguntas sobre su tierra y muchas otras cosas, pero son preguntas insustanciales, como las que formulan los grandes señores, y al final siempre le dice que aún no puede dejarlo pasar. El hombre, que se aprovisionó de muchas cosas para el viaje, recurre a

todo, por valioso que sea, para sobornar al guardián. Éste se lo queda todo pero, al hacerlo, dice: «Lo acepto tan sólo para que no pienses que te ha quedado algo por intentar». A lo largo de todos esos años el hombre observa al guardián casi sin interrupción. Llega a olvidarse de los demás guardianes hasta el punto de que este primero le parece el único impedimento para acceder a la ley. Maldice su mala ventura, los primeros años sin ningún miramiento y en voz alta, después, a medida que envejece, refunfuñando sólo para sí. En la senectud, tras estudiar al guardián durante tantos años, se conoce hasta las pulgas del cuello de piel que lleva puesto el portero, y hasta a ellas les pide que lo asistan para convencer al guardián. Por último, se le debilita la vista, y no sabe si está cayendo la oscuridad a su alrededor, o si tan sólo lo engañan sus ojos. Pero en medio de esa oscuridad percibe un fulgor que proviene inextinguible de la puerta de la ley. Ya no le queda mucha vida. Antes de morir, todas las vivencias de esos años se arremolinan en su mente convertidas en una sola pregunta que aún no le ha formulado al guardián. Hace señas al guardián, porque ya no es capaz de enderezar su cuerpo entumecido. El guardián se ve obligado a agacharse mucho hacia él porque la diferencia de estatura entre ambos ha aumentado considerablemente en perjuicio del hombre. «¿Qué quieres saber ahora?», pregunta el guardián. «Eres insaciable.» «Todo el mundo ansía la ley», responde el hombre, «¿cómo es posible entonces que durante todos estos años nadie más que yo haya solicitado acceder a ella?» El guardián sabe que el hombre está a punto de morir y, para que aún lo perciba su debilitado oído, vocifera: «Nadie más que tú habría conseguido el permiso para entrar por aquí, porque esta puerta estaba reservada únicamente para ti. Ahora procederé a cerrarla».

[Nótese que en hebreo la ley es la Tora, que también significa «verdad». Orson Welles ofrece una lectura preciosa de esta parábola al comienzo de la versión cinematográfica que hizo de *El proceso* de Kafka.]

1 Introducción

En la obra *Todo y más: Una breve historia del infinito*, David Foster Wallace se refiere a Gödel como «absoluto Príncipe de las Tinieblas de las matemáticas modernas» y afirma que por su culpa «las matemáticas han estado en el aire durante los últimos setenta años». En otras palabras, según Wallace, desde que Gödel publicó su célebre artículo de 1931, las matemáticas han permanecido suspendidas en el aire sin nada parecido a una base en condiciones.

Ya va siendo hora de enterrar para siempre estas ideas oscuras. La noción centenaria de Hilbert de unas matemáticas estáticas, totalmente mecánicas y de un rigor formal absoluto, fue un intento desatinado de demostrar la certeza absoluta del razonamiento matemático. ¡Ha llegado el momento de que nos recuperemos de ese mal!

El trabajo de Gödel de 1931 sobre la incompletitud, el trabajo de Turing de 1936 sobre la incomputabilidad, y mi propio trabajo sobre la importancia de la información, la aleatoriedad y la complejidad han revelado cada vez con mayor rotundidad que el papel que imaginó Hilbert para el formalismo dentro de las matemáticas tiene su manifestación óptima en los lenguajes de programación informática, que, de hecho, *son* formalismos que se pueden interpretar de manera mecánica, pero que aunque sean formalismos válidos para computar y calcular no lo son para razonar, ni para demostrar teoremas y, decididamente, tampoco sirven para inventar conceptos matemáticos nuevos ni para lograr nuevos descubrimientos matemáticos.

En mi opinión, la idea de que las matemáticas aportan certeza absoluta y son estáticas y perfectas, mientras que la física es algo provisional y en evolución permanente, supone una dicotomía falsa. Lo cierto es que las matemáticas no difieren tanto de la física. Ambas disciplinas responden a la aspiración de la mente humana a organizar, a dotar de sentido, la experiencia humana; en el caso de la física, la experiencia dentro de un laboratorio, dentro del mundo físico; y en el caso de las matemáticas, la experiencia dentro de la computadora, dentro del universo mental de las matemáticas puras.

Pero, además, las matemáticas distan mucho de ser estáticas y perfectas; evolucionan sin cesar, cambian constantemente, mutan en formas nuevas. La aparición de nuevos conceptos transforma constantemente las matemáticas y abre nuevos campos, crea nuevos puntos de vista, nuevos énfasis y nuevos interrogantes por responder. De hecho, las matemáticas emplean principios novedosos y no demostrados evocados por la experiencia computacional, del mismo modo que se haría en la física.

Para descubrir y crear novedades matemáticas también se recurre a la intuición y la inspiración, a motivaciones e impulsos inconscientes, y al sentido estético de cada cual, como en cualquier acto de creación artística. Y los matemáticos no llevan vidas «rationales» guiadas por una lógica mecánica. Al igual que cualquier otro artista creativo, son personas emotivas y apasionadas, muy celosas de su arte, seres excéntricos alejados de los convencionalismos cuya motivación proviene de fuerzas misteriosas, no del dinero ni del interés por las «aplicaciones prácticas» de su obra.

Yo lo sé bien, ¡porque soy uno de esos chalados! Llevo toda la vida obsesionado con estas cuestiones, desde una edad temprana. Y en este libro ofrezco una visión desde dentro de todo ello, información de primera mano desde el frente, donde aún queda mucho por batallar, mucho por avanzar y doblregar, entre distintos puntos de vista. De hecho las cues-

tiones básicas de este tipo nunca se resuelven, nunca se dejan definitivamente a un lado, porque encuentran la manera de resucitar, de emerger de nuevo metamorfoseadas cada pocas generaciones...

Así que este libro trata sobre ello: sobre el razonamiento cuestionándose a sí mismo, y sus propios límites, sobre el papel que desempeñan la creatividad y la intuición, y sobre el origen de las ideas y los conocimientos nuevos. Es un gran tema del que sólo conozco una pequeña parte, las áreas en las que he trabajado o que he experimentado por mí mismo. Pero hay una parte de él que *nadie* conoce muy bien, es una tarea pendiente para el futuro. ¿Qué tal para *usted*? Quizá pueda usted aportar algo en este campo. ¡Quizá pueda replegar la oscuridad un milímetro o dos! ¡Quizás encuentre una nueva idea trascendente, quizá plantee una clase nueva de interrogante, quizá transforme el panorama al contemplarlo desde un punto de vista diferente! ¡Con eso es suficiente, basta una pequeña idea nueva, y un buen montón de trabajo arduo para desarrollarla y para convencer al resto de la gente! ¡Tal vez consiga dejar usted un rasguño en la roca de la eternidad!

Recuerde que las matemáticas son una creación libre de la mente humana, y tal como dijo Cantor (el inventor de la teoría moderna del infinito que describe Wallace), la esencia de las matemáticas reside en su libertad, en la libertad para crear. Pero la historia juzga esas creaciones por su belleza permanente y por la cantidad de luz que arrojan sobre otras ideas matemáticas o el universo físico, en una palabra, por su «fertilidad». Del mismo modo que la belleza de los pechos de una mujer o la deliciosa curva de sus caderas guarda relación con la maternidad, y no existen para el mero deleite de pintores y fotógrafos, también la belleza de una idea matemática guarda cierta relación con su «fertilidad», con la intensidad con la que nos ilustra, nos ilumina y nos inspira con otras ideas y nos sugiere conexiones y puntos de vista insospechados.

Cualquiera puede definir un concepto matemático nuevo (muchos artículos matemáticos lo hacen), pero sólo perduran los bellos y los fértiles. Es algo parecido a lo que Darwin denominó «selección sexual», que es la manera en que los animales (nosotros incluidos) eligen pareja por su belleza. Éste es un aspecto de la teoría de la evolución que formuló Darwin en su origen y de la que apenas se oye hablar en la actualidad, aunque en mi opinión es mucho más preferible que la idea de la evolución biológica basada en la «supervivencia del más apto» y en una «naturaleza de garras y dientes ensangrentados». Un ejemplo de este desafortunado deslíz es una edición preciosa de la obra *El origen del hombre*, de Darwin que cayó en mi poder por casualidad, ¡y de la que se han eliminado por completo varios capítulos dedicados a la selección sexual!

Con esto tendrá una idea aproximada de lo que exploraré con usted en este libro. Permítame ahora un esbozo de su contenido.

Resumen

Éste es nuestro camino hacia Omega (Ω):

- En el capítulo 2 le contaré cómo entró la idea de las computadoras en las matemáticas y la rapidez con que se instauró su utilidad.
- En el capítulo 3 incorporo la idea de la información algorítmica, de la medición del tamaño de los programas informáticos.
- El *intermezzo* trata brevemente los argumentos físicos en contra de los números reales de precisión infinita.
- El capítulo 5 analiza estos números desde un punto de vista matemático.
- Por último, el capítulo 6 presenta mi análisis basado en la información acerca de lo que puede o no puede lograr el

razonamiento matemático. Aquí es donde Ω se manifiesta en todo su esplendor.

- El breve capítulo final está dedicado a la creatividad...
- Y a continuación hay una pequeña lista con sugerencias de libros, obras de teatro ¡y hasta espectáculos musicales!

Y ahora, en marcha...