FERNANDO BLASCO

MATEMAGIA

Los mejores trucos para entender los números

NUEVA EDICIÓN ACTUALIZADA

Ariel

Fernando Blasco

Matemagia

Los mejores trucos para entender los números

Ariel

Primera edición en Editorial Ariel: febrero de 2016

Avda. Diagonal, 662-664 - 08034 Barcelona
www.ariel.es
Editorial Ariel es un sello editorial de Planeta, S. A.

ISBN: 978-84-344- 2264-3

Depósito legal :B. 302 - 2016
Impreso en Limpergraf

El papel utilizado para la impresión de este libro
es cien por cien libre de cloro y está calificado como papel ecológico.

Índice

Piensa un número del 1 al 9: uno que te traiga suerte. ¿Ya está? También tengo aquí un número mágico: 12345679. Multiplica tu número por 9 y ese resultado multiplícalo por mi número mágico. ¿Te gusta el producto final?

A lo largo del capítulo encontrarás la explicación.

> El número 1 representa la mónada (unidad) y genera todos los demás números, sumando éste una cantidad adecuada de veces. Filolao indica que «el uno es el padre de los seres, padre y demiurgo del mundo, artífice de la permanencia de las cosas». Este capítulo versará sobre juegos mágicos utilizando números.

★ La magia de los números

Si preguntamos el nombre de un resultado matemático (no me refiero al enunciado), casi todos se referirán a Pitágoras. No sabemos mucho sobre su persona e incluso se ha llegado a poner en duda su existencia, aunque se supone que realmente nació en Samos el año 569 a. C. Sí que está más documentada la existencia del «grupo de los pitagóricos» como una sociedad secreta que se estableció en Crotona (en algunos textos a este grupo se le califica de secta, dado el carácter místico-religioso que poseían). No debemos pensar que era secreta en el sentido de que nadie conocía su existencia, sino en el de la obligación que tenían sus miembros de guardar secreto de sus deliberaciones y conocimientos; en ese detalle aparece ya el primer paralelismo entre Pitágoras y los magos. En cualquier caso, el simbolismo utilizado por Pitágoras y sus seguidores continúa fascinando a muchos adeptos a lo oculto; en ese sentido se puede hablar de la magia de los pitagóricos. La otra faceta mágica de este personaje —visto ahora, más de dos mil quinientos años después de su muerte— ha sido la de su gran influencia sobre el desarrollo de la cultura occidental en general y sobre las matemáticas en particular. La idea de demostración matemática formal, basada en unos principios y reglas de aplicación, se debe a Pitágoras; igualmente, a él se atribuyen los nombres *matemática* o *filosofía*. En diferentes textos se habla de Pitágoras como mago no con el significado que aplicaremos aquí a ese término (para nosotros un mago será un ilusionista o prestidigitador), sino como un mago hechicero que cree fuertemente en el poder de los números.

Sigamos la máxima pitagórica de *todo es número* y veamos hasta qué punto llevaba razón Pitágoras. El primer ejemplo que daré es la base de un efecto de ilusionismo. Es sorprendente que hasta en algo que puede parecer completamente alejado de una disciplina formal como las matemáticas, éstas hagan su aparición.

1. Piensa un número de 5 cifras, diferentes.
2. Intercambia el primer dígito con el último (i.e., si habías escrito **12345**, ahora deberías escribir **52341**).
3. De esos dos números de cinco cifras que has escrito, resta el menor del mayor; te resultará otro número de 5 cifras *abcde* (siguiendo con nuestro ejemplo, sería: 52341 – 12345 = 39996.
4. Intercambia la primera y la última cifra de ese resultado, con lo que te quedará algo de la forma *ebcda*, y súmalo con el resultado del tercer paso, efectuando la suma *abcde* + *ebcda* (en el ejemplo anterior, al intercambiar las cifras te queda el número 69993 y ése debe sumarse al original 39996).

El número que te ha dado como resultado es:

68660I

FIGURA 1. *Predicción.*

¿Cómo? ¿No es ése el resultado? ¡Es verdad, deberías dar la vuelta al libro para leerlo correctamente! En realidad, el resultado es 109989.

Este simple juego que acabo de exponer nos sirve, además de para repasar las sumas, para presentar una de las ideas fundamentales en matemáticas: la idea de generalización. ¿Somos capaces de modificar un poco este juego para obtener uno diferente? Por ejemplo, ¿podrá hacerse algo similar para números con 3 o 4 cifras? La respuesta es afirmativa, y la versión del juego para números de 3 cifras es mucho más conocida que ésta: el valor constante que resulta tras hacer las operaciones indicadas es «1089».

★ Sistemas de numeración

La matemática que hay bajo el juego que acabo de exponer es simplemente una propiedad del sistema de numeración decimal que utilizamos: el número *abcde*, en realidad, puede pensarse como [10000a + 1000b + 100c + 10d + e]; y si seguimos la pista a las ecuaciones que describía en la realización del juego, podremos ver por qué esto es así. En otros capítulos veremos alguna consecuencia más de utilizar un sistema de numeración en base 10, así como las ventajas de utilizar una notación posicional de las cifras para escribir números, sistema que no fue completamente desarrollado por los griegos, pero para el que dejaron el camino preparado: el sistema jónico utilizaba 9 símbolos para escribir los números del 1 al 9, otros 9 para representar los números comprendidos entre 10 y 90, y 9 símbolos más para representar los números entre 100 y 900:

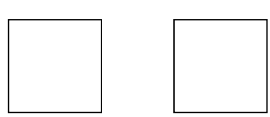
α	β	γ	δ	ε	F	ζ	η	θ	ι	κ	Λ	μ	ν
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	50

ξ	φ	π	ϙ	ρ	σ	τ	υ	φ	ξ	ψ	ω	ϡ
60	70	80	90	100	200	300	400	500	600	700	800	900

Así, el número 789 sería $\psi\pi\theta$. Los símbolos adoptados para designar los números entre 1000 y 9000 eran los mismos que los usados para representar los números del 1 al 9 precedidos de un acento; de este modo, 1089 se escribiría ´$\alpha\pi\theta$. El paso de esa idea al sistema de notación posicional es inmediato: el símbolo 1 puede representar una unidad, diez o cien, dependiendo de la posición que ocupe esa cifra en el número. Escribir 1089 en nuestro sistema posicional implica que tenemos «una unidad de millar, cero centenas, 8 decenas y 9 unidades».

Dicho esto, pasaré a exponer un nuevo juego, basado precisamente en el principio de posición en nuestra numeración:

1. Piensa un número del 1 al 9. Yo pensaré otro.
2. Suma 2 a tu número.
3. Multiplica el resultado por 5.
4. Resta 6 al número que te ha quedado.
5. Multiplica ahora por 2 el total anterior.
6. El resultado será un número de dos cifras. Escríbelas en las casillas siguientes:



A *B*

En la casilla B seguro que has escrito un 8, el número que yo había pensado. En la casilla A has escrito precisamente un número que no es otro que... el que habías pensado tú al principio.

El juego que acabo de describir es un juego numérico sencillo, pero efectivo. La justificación de por qué funciona el juego y podemos hacer esa adivinación la voy a dejar para la última parte del capítulo, ya que no quiero romper la magia en este punto. Una de las razones por las que no se desvelan los secretos en los juegos de magia —y quizás la que voy a exponer sea el principal motivo— es la de no hacer perder la ilusión del que ha presenciado el efecto mágico. El asistente a un espectáculo de magia debe poder disfrutar con lo que ha visto y, en muchas ocasiones, el conocimiento de lo que el mago hace, pero que no se ve en el desarrollo de un juego de magia, coarta la capacidad de ilusión. Hay también otros motivos, como el secreto profesional o el deseo del propio mago creador de un juego de disfrutar presentando su creación a otros magos, desconocedores de ese método para ilusionar. Del mismo modo, muchos matemáticos, a lo largo de la Historia, han mantenido sus descubrimientos en secreto. No es el mismo caso: mientras son claros los motivos que inducen al mago a no difundir sus conocimientos al público, en la labor del científico una de las tareas es la transferencia del conocimiento.

Magia, ciencia y religión

Además de lo ya expuesto, existe una reminiscencia mística tanto en los juegos de magia como en las disciplinas científicas, que viene desde muy antiguo. En el tiempo en que vivió Pitágoras la ciencia comprendía principalmente matemáticas y astronomía; y para él la matemática estaba presente en todo, otorgando a cada número un significado particular, que podía servir como talismán. Todavía en nuestros días se mantienen muchas supersticiones relativas a los números. En ese sentido parece que no han avanzado el pensamiento y la cultura, y que los 2500 años que nos separan de Pitágoras no han servido de nada y continúa habiendo un gran número de adivinos, brujos y quirománticos. En el momento en el que Pitágoras desarrollaba sus enseñanzas la ciencia estaba dotada de una gran carga mística, en particular en su grupo, y la población no conocía por qué ocurrían las cosas. La «explicación» más aceptada era atribuirlo, de algún modo, a la magia. No debemos olvidar que Pitágoras es contemporáneo de Confucio, Buda y Lao-Tse. La presencia de todos ellos, y sus obras, en ese momento histórico nos muestra la preocupación religiosa que se tenía. La relación existente entre ciencia, magia y religión continuó manifestándose a lo largo de los siglos de muy diferentes maneras: por una parte, aparecen los científicos a los que se les acusa de brujería; y por otra, los que utilizan conocimientos científicos para mostrar supuestas manifestaciones divinas. Uno de los principales exponentes de esta «ciencia aplicada a la religión» lo constituye Herón de Alejandría (otro matemático al que se conoce principalmente por su fórmula para el cálculo del área de un triángulo). En su tratado *Pneumatica* describe un mecanismo de apertura de las puertas de un templo *por arte de magia:* en efecto, el sacerdote encendía un fuego sagrado en un altar, las puertas se abrían entonces de modo automático y se cerraban también automáticamente al apagarse el fuego. Esta magia que utilizaban los sacerdotes no debe considerarse como tal, sino como ciencia, ya que el altar tenía en su interior una cámara de aire, conectada a una esfera por medio de un tubo. La esfera se llena de agua hasta la mitad y está conectada, a través de un sifón, a un recipiente suspendido mediante cadenas y poleas. A su vez, esas cadenas están enrolladas en unos tornos que, girando, permiten abrir o cerrar las puertas del templo. El funcionamiento del sistema es el siguiente: al encenderse el fuego, la expansión del aire que hay en el altar hace que parte del líquido del globo pase al cubo colgante a través del sifón. El aumento de peso del cubo debido al agua trasvasado a él hace que comience a descender, activando el sistema de poleas que abre las puertas del templo. Al apagarse el fuego, se produce una depresión en el

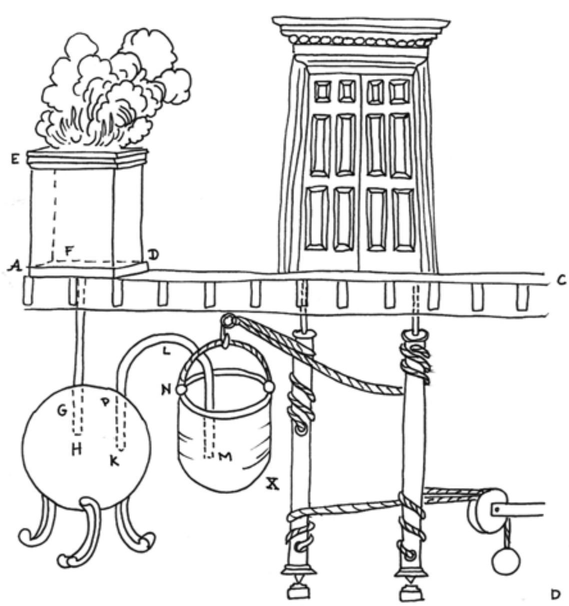


FIGURA 2. *Magia, ciencia y religión en Herón de Alejandría.*

interior del altar, que hace que el agua vuelva a la esfera a través del sifón y esta vez se muevan los tornos en sentido inverso, cerrando las puertas.

Curiosamente, este efecto aparece citado en referencias mágicas como un truco de ilusionismo y también, esta vez en referencias científicas, como el origen de los automatismos para puertas. La magia y la ciencia aparecen unidas en Herón de Alejandría y, además, lo hacen en favor de la religión: se quería obtener una manifestación divina tras el encendido del fuego sagrado. Recordemos la ya comentada tercera ley de Clarke, que relaciona la magia y la tecnología. Nuestro teléfono móvil, algo que llevamos siempre en el bolsillo, tiene la posibilidad de establecer videoconferencias mediantes sistemas de mensajería (whatsapp, facebook, hangouts de google,…). ¿No parece mágico?; pero ahí no queda la cosa, pues hay un hecho aún más mágico y sorprendente: la tecnología utilizada por esos teléfonos móviles es una tecnología digital, esto es, basada en números. Hemos vuelto a la máxima pitagórica de *todo es número*.

★ Instrucciones: las reglas del juego

Volviendo a Herón de Alejandría, a muchos les parecería mágico el método que proporciona para resolver una ecuación de segundo grado: «Multiplica 212 por 154, súmale 841, halla la raíz cuadrada y réstale 29, y, por último, divide el resultado por 11». Estas instrucciones se parecen mucho a las que hemos descrito en los juegos sugeridos. No es de extrañar que esto sea así, ya que la notación matemática que utilizamos hoy no se había desarrollado todavía. Uno de los pilares del avance en matemáticas es la utilización de una buena notación, aunque a muchas personas les asuste ver ecuaciones o símbolos matemáticos.

Te propongo un juego con instrucciones de este estilo (pero sin ecuaciones matemáticas):

1. Piensa un número de tres cifras.
2. Multiplica por 2 la primera de ellas.
3. Suma 3 a ese resultado.
4. Multiplica por 5 lo obtenido.
5. A ese resultado súmale la segunda cifra del número pensado originalmente.
6. Multiplica por 10 el número que te ha quedado ahora.
7. Suma la tercera cifra del número pensado originalmente.
8. Resta 150 al resultado.
9. ¿Qué obtienes?

El resultado, si no te has equivocado en las operaciones, debería ser el número pensado originalmente. En efecto, el número de tres cifras xyz (supongamos que es 348) es, en realidad, $100x + 10y + z$, debido de nuevo al sistema posicional de numeración. Al hacer las operaciones indicadas, vamos obteniendo los resultados que se reflejan en la tabla siguiente, en la que sí hemos incluido las ecuaciones en aras de la comprensión de dónde ocurre la magia (dejo como reto al lector escribir las explicaciones que acompañan cada paso sin escribir la correspondiente ecuación y, si tiene paciencia para ello y consigue terminarlo, le doy la enhorabuena).

Piensa un número de tres cifras:	$100x + 10y + z$	348
Multiplica por dos la primera de ellas:	$2x$	6
Suma 3 a ese resultado:	$2x + 3$	9
Multiplica por 5 lo obtenido:	$10x + 15$	45
A ese resultado súmale la segunda cifra:	$10x + 15 + y$	49
Multiplica por 10 lo que has obtenido:	$100x + 150 + 10y$	490
Suma la tercera cifra del número pensado:	$100x + 150 + 10y + z$	498
Resta 150 al resultado:	$100x +10y + z$	348

Lo que hemos hecho, sin que pareciese demasiado obvio, es sumar al número pensado la cantidad 150 y después restar esa misma cantidad, con lo que el número lo hemos dejado como estaba al principio. El juego descrito anteriormente tenía el mismo fundamento:

Piensa un número del 1 al 9 (yo pensaré otro):	x
Suma 2 a tu número:	$x + 2$
Multiplica el resultado por 5:	$5x + 10$
Resta 6 al número que te ha quedado:	$5x + 4$
Multiplica ahora por 2 el total anterior:	$10x + 8$

El sistema posicional de numeración permite que en la casilla de la izquierda apareciera el número pensado por el espectador y en la de la derecha un 8, el «número pensado por mí».

Como ya he mencionado, uno de los principios fundamentales de la magia indica que no se debe revelar el secreto. Aquí ya nos lo hemos saltado; así que, una vez transgredida la norma, podemos seguir explicando el juego en el que debíamos dar la vuelta al libro para leer correctamente la predicción 109989. De nuevo, el juego se basa en que utilizamos un sistema posicional de numeración. La presentación del juego que hemos hecho tiene un detalle que excede lo puramente matemático: el hecho de tener que dar la vuelta al libro.

Simulando una equivocación, habremos conseguido involucrar en el juego tanto a los que se alegran de que el mago se haya equivocado (aunque luego vean chafada su alegría) como a los que se compadecen del mago que ha cometido «un error». Veamos qué matemática había en el juego:

El número de 5 cifras:

$$xyzuv$$

Intercambiamos el primer dígito con el último:

$$vyzux$$

Restamos el menor del mayor:

$$10000x + 1000y + 100z + 10u + v - (10000v + 1000y + 100z + 10u + x)$$

$$= 10000\,(x - v - 1) + 9990 + 10 + v - x$$

Intercambiamos la primera y la última cifra:

$$10000\,(10 + v - x) + 9990 + x - v - 1$$

Sumamos con el que teníamos:

$$= 109989$$

Hasta ahora hemos trabajado con números, aunque cuando uno piensa en algo mágico, suele tener como referencia una baraja de cartas. Nos dedicaremos en profundidad a éstas en el cuarto capítulo (recordemos que la baraja tiene cuatro palos), pero sí que quiero mostrar ahora un pequeño aperitivo. Para ello es necesario que consigas una baraja; dará igual que sea española (oros, copas, espadas y bastos) que francesa (con palos de picas, corazones, tréboles y diamantes), puesto que vamos a utilizar sólo 40 cartas. Si la baraja que tienes es una baraja española habitual (la de 40 cartas), no tienes que hacer nada sino recordar que el valor de los reyes es 10; el de los caballos, 9; y el de las sotas, 8; mientras que si es una baraja de 48 cartas, debes retirar los ochos y los nueves. Si has elegido una baraja francesa, retira las figuras (jotas, damas y reyes), puesto que no van a intervenir en el juego.

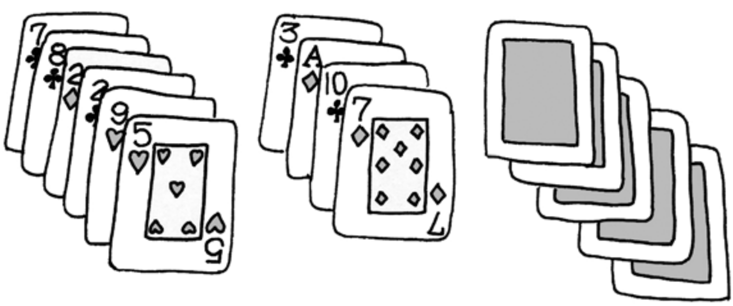


FIGURA 3. *Juego de la cuenta atrás*.

1. Coge la baraja y mézclala a fondo.
2. Recuerda que el 7 es un número mágico para mucha gente (7 eran las colinas de Roma, 7 los reyes de Egipto, 7 las maravillas del mundo...). Echa 7 cartas, una encima de otra y cara abajo, sobre la mesa.

3. Da la vuelta a la que ha quedado arriba y recuerda (o apunta) de qué carta se trata. Vuelve a ponerla dorso arriba y sitúa sobre ese montón el resto del mazo.
4. Vamos a hacer una cuenta atrás a la vez que vas poniendo sobre un montón cartas cara arriba sobre la mesa, siempre cogiéndolas desde arriba. Al mismo tiempo que vas cantando 10, 9, 8…, te fijas en el valor de la carta echada. Si coincide el valor de la carta que has echado con el número cantado, paras la cuenta atrás. Por el contrario, si llegas al número 1 sin que coincida ninguna de las cartas mostradas con el número recitado, debes dar la vuelta al montón.
5. Ahora comenzamos, con el resto del mazo, una nueva cuenta atrás con las mismas reglas del juego: cuentas hacia atrás al mismo tiempo que echas cartas sobre la mesa.
6. Repetimos la cuenta atrás una tercera vez.
7. En este punto del proceso tendrás tres montones de cartas. Alguno puede estar dorso arriba (si no ha habido coincidencias entre los valores de los naipes extraídos y los números cantados) y otros mostrando algunas cartas. Recuerda que has mezclado la baraja, has sacado unas cuantas cartas, te has fijado en el valor de una de ellas y has efectuado tres cuentas atrás en el que las cartas han ido apareciendo según secuencias aleatorias.
8. Ahora, del montón de cartas que tienes en tu mano, vas a echar, cara abajo y sobre la mesa, tantas cartas como montones tengas dorso arriba. Si los tres contadores están mostrando cartas, no eches ninguna sobre la mesa.

(A título de ejemplo, en la figura 3, puedes ver una configuración en la que se muestra un 5 de corazones, un 7 de diamantes y un dorso; según estas instrucciones, en este paso deberías echar una carta sobre la mesa.)

9. Suma los valores de las cartas que se están mostrando y deposita sobre la mesa tantas cartas como indica esa suma. (Volviendo a la figura 3, deberías echar 12 cartas sobre la mesa.)
10. ¿Recuerdas cuál era la carta que habías elegido al principio? Levanta la primera carta que te ha quedado en el mazo de cartas en tu mano. ¿Sorprendido?

De momento, no romperemos la ilusión creada. Tan solo, y eso para los que quieren conocer el secreto del juego, sugiero que piensen en una adaptación a barajas con mayor número de cartas: 42 (juegos de cartas infantiles), 48 o 52. Aquí ha quedado redactado de forma que el lector pueda hacerse el juego a sí mismo mientras lo lee, pero también éste es un buen juego para mostrar a otros y es tarea de quien quiera presentarlo buscar una motivación y una adaptación adecuadas para realizarlo ante público.

★ El juego de la ruleta

Según vamos conociendo nuevos juegos, vemos que los números nos ayudan a crear la ilusión. Introducir cartas añade colorido a los juegos que hacemos. Estamos repitiendo que para Pitágoras los números lo eran todo, y un nuevo ejemplo lo tenemos en la ruleta y las apuestas. La ruleta de los casinos consta de números y colores rojo y negro (como las cartas, ¿curioso?), pero nosotros vamos a fabricar ahora una ruleta mucho más sencilla, de acuerdo con la configuración que se muestra en la figura 4 y vamos a apostar. Para ello debes elegir una de las cartas representadas. Simularemos un tiro de ruleta: desde el número que hayas elegido, cuenta, en el sentido de las agujas del reloj, tantas cartas como el número que hubieras elegido; por ejemplo, si hubieras pensado en el as de tréboles, habrías contado una carta, con lo que te situarías sobre el 4 de diamantes; y si hubieses pensado en el 7 de tréboles, contarías 7 cartas, para terminar sobre el 8 de diamantes.

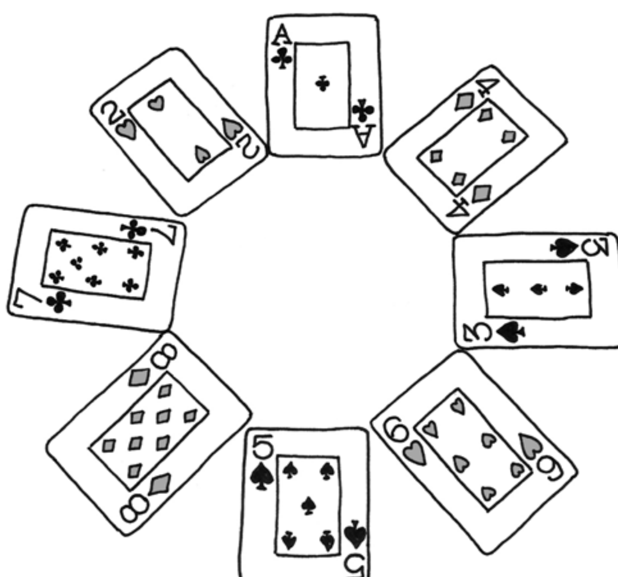


FIGURA 4. *Ruleta numérica.*

Tras realizar la cuenta, debes retirar de la ruleta la carta a la que has llegado y utilizarás su valor para hacer una nueva cuenta (si habías llegado, por ejemplo, al 5 de picas, deberías retirarlo del tablero y contar cinco cartas en el sentido de las agujas del reloj). Continúa este proceso hasta que quede una única carta. Si has apostado por esa carta, serás el ganador. Lo que yo sé, y las matemáticas me dicen, es que sólo serás el ganador si habías apostado por el 5 de picas. Ésa es la carta en la que siempre termina toda cuenta. ¿Magia? Sí, magia numérica. Por supuesto que para este juego no nos hace falta la baraja y podíamos haber utilizado simplemente tarjetas de visita en las que hubiésemos escrito los números del 1 al 8.

En principio, parece que es imposible controlar cuál va a ser el resultado final de la apuesta y ahí entra la psicología del mago para llevar al jugador a pensar que hay 8 posibilidades distintas y que, por lo tanto, la probabilidad de ganar del contrincante es de 7 / 8, mientras que la del mago es de 1 / 8. Desde el punto de vista mágico, es fundamental resaltar esto, pero desde el punto de vista matemático, es completamente incorrecto: es una falacia. En principio, hay 8 posibilidades diferentes en las que se puede terminar la cuenta, pero si nos ponemos a analizar con un poco más de cuidado qué es lo que ocurre en este juego, considerando los casos posibles en función del número por el que empecemos a contar, observamos que, en realidad, hay solamente dos posibles secuencias según las cuales retiraremos las cartas. Si nos referimos de nuevo a la figura 4, ocurre que

- Si comenzamos por A♣, 2♡, 5♠ o 6♡, la secuencia será: 4♢, 8♢, 2♡, 3♠, 7♣, A♣, 6♡.
- Si la carta elegida para empezar es 3♠, 4♢, 7♣ u 8♢, se retiran las cartas según el orden: 8♢, 7♣, 2♡, 4♢, A♣, 3♠, 6♡.

En ambos casos, el 5♠ es la carta que siempre queda sobre la mesa.

Al hablar de magia numérica no podemos dejar fuera los juegos en los que se utilizan *números cíclicos*. El más conocido es el que se hace utilizando el número 142857. Este número es el período de 1/7:

$$\frac{1}{7} = 0{,}142857\ 142857\ 142857\ldots$$

Este número tiene la propiedad de que

142857 x 1 = 142857	142857 x 4 = 571428
142857 x 2 = 285714	142857 x 5 = 714285
142857 x 3 = 428571	142857 x 6 = 857142

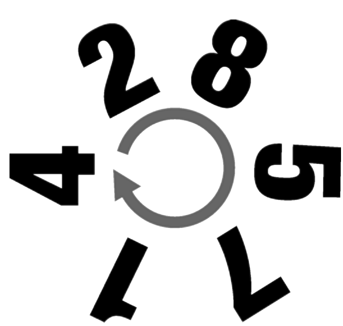


FIGURA 5. *Número cíclico.*

La figura 5 muestra por qué se dice que 142857 es cíclico: cuando se multiplica por uno cualquiera de los seis primeros números, podemos utilizar esa misma figura para calcular el resultado, ya que esos productos consisten en las mismas cifras, dispuestas en el mismo orden pero empezando a leer por un dígito diferente cada vez. Esta propiedad matemática ha servido para que bastantes ilusionistas profesionales hayan desarrollado en sus espectáculos juegos de magia basados en ella, utilizando diferentes presentaciones, que fundamentalmente consisten en escribir el número en una cinta. Personalmente, me gusta mucho la presentación descrita por Martin Gardner (Gardner, 1983), en la que se escribe el número en una hoja (alargada) de papel, se pegan los extremos y se introduce en un sobre, tal como se describe en la figura 6 (debemos pegar el papel por las zonas sombreadas en el dibujo). En el sobre puede escribirse la palabra «predicción» y dejarlo en algún lugar del escenario al comienzo del espectáculo. Una vez comenzado el juego, no deberíamos acercarnos al sobre hasta el final. Podemos pedir ayuda a un espectador para que escriba el número 142857 (no entraremos en el método para conseguir llegar a este número: lo más simple es decir que corresponde al número de teléfono de un famoso matemago y que éste lo eligió por sus propiedades mágicas). Luego, podemos pedirle que lance un dado y multiplique el número 142857 por el obtenido en el lanzamiento. Al mago sólo le queda abrir el sobre cortando por el lugar adecuado para mostrar que el resultado coincide con su predicción. Para poder abrir el sobre sin cortar ambos lados de la cinta de papel, hay que tener un poco de cuidado y meter la punta de las tijeras entre los dos lados del papel. Como el último dígito del producto de 142857 por un número *n* es el mismo que el del resultado de multiplicar 7 por *n*, podemos saber el lugar por el que hay que cortar el sobre: si en el dado sale 2, 3, 4 o 5 debemos cortar por *C*, *B*, E o *F*, respectivamente (teniendo cuidado de cortar sólo el lado adecuado del sobre y un lado de la cinta). Si el resultado del lanzamiento es 1 o 6, debemos cortar (todo: ambas caras del sobre y los dos lados de la cinta) por *A* o *D*.

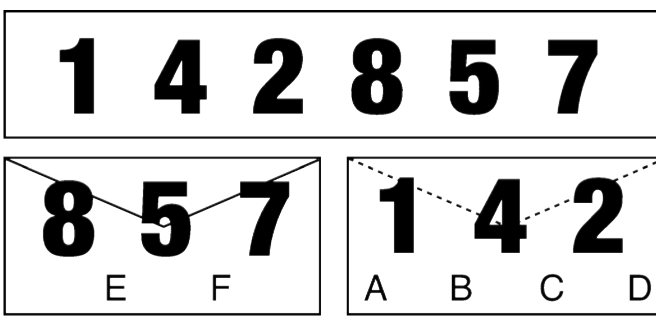


FIGURA 6. *Predicción.*

Jugando sin saltarnos las normas

Ya que estamos dedicando este primer capítulo a los números, me referiré a otro hecho que puede parecernos mágico, aunque en realidad no lo es. Las matemáticas se construyen sobre unos cimientos lógicos, en los que no puede haber posibilidad de fallo. Para ello se establece una serie de axiomas que funcionan como «reglas del juego», que permiten el desarrollo de la teoría. En particular, la axiomática de los números permite realizar operaciones y comparar magnitudes. Todo lo que obtengamos debería estar sólidamente fundamentado, aunque el ejemplo próximo nos haga dudar de ello.

Tomemos dos números a y b. Supongamos que $a > b$. Se deduce que existe un número c positivo tal que $a = b + c$. Hasta aquí no hay ningún problema. Partiendo de esa igualdad, vamos a hacer una serie de manipulaciones (una parte importante de la magia es la manipulación, aunque no la manipulación matemática):

	$c = a - b$
Multiplicamos ambos miembros por (a – b):	$c\,(a - b) = (a - b)^2$
Desarrollamos la expresión:	$ac - cb = a^2 + b^2 - 2ab$
Cambiamos de miembro algunos términos:	$ab - b^2 - bc = a^2 - ab - ac$
Sacamos factor común:	$b\,(a - b - c) = a\,(a - b - c)$
Simplificamos:	$b = a$

¿También tenemos magia en esta demostración? ¿Se habrá colado algún duende que quiere hacer que se derrumbe el edificio matemático? Si encontrásemos una proposición contradictoria, se derrumbaría el edificio de las matemáticas, ya que no estaría construido sobre unas bases tan sólidas como pensamos que son. Si todavía no se ha encontrado esa proposición contradictoria, tendremos que pensar en qué es lo que ha ocurrido en lo que acabamos de exponer. No es difícil pensar que, si llegamos a una contradicción, es que hemos hecho algo sin seguir las reglas y procurando que el lector no se percatase de ello (sí, como hacen los magos dedicados a la manipulación). ¿Puedes buscar en qué paso hemos hecho la trampa? Por si acaso la respuesta es negativa, revelaremos lo ocurrido: en el penúltimo paso hemos dividido por (a-b-c) y ese número es cero. La división por cero es una operación no permitida, ya que los axiomas que funcionan como reglas del juego sólo nos permiten dividir por números diferentes de cero (si estuviera permitido dividir por cero, llegaríamos a resultados extraños como el que se acaba de exponer).

Vamos a volver al juego que nos servía para introducir el capítulo. Cuando multiplicamos 12345679 por 9, el resultado es 111111111, con lo que cuando se multiplica nuevamente ese número por cualquier dígito x, el resultado que obtendríamos en la multiplicación sería una repetición de x. En el juego pedíamos multiplicar primero el número pensado x por 9 y después ese producto por 12345679. Nosotros utilizábamos las propiedades asociativa y conmutativa del producto de números.