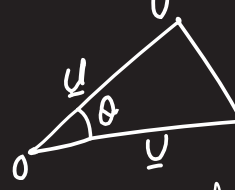


DRAKONTOS

$f > 0 \quad f < 0 \quad x = 0$



$y = ax + b$
 $a = \text{tg } \alpha = \text{tg } \angle xLS$
 $a = \text{tg}(-45^\circ) = -1$

$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$

Arquímedes



CRÓNICAS MATEMÁTICAS

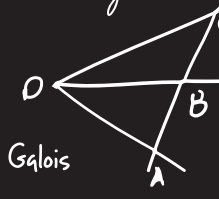
$A_1(x_1, y_1)$

Descartes

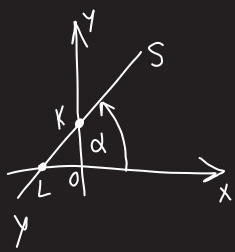


Una breve historia de la ciencia más antigua y sus personajes

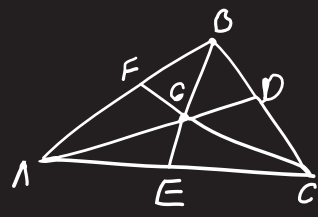
$Ax + By + C = 0$



$y = b$
 $b > 0$
 $b < 0, y = 0$
 $x = f$



Galois



$y = \frac{1 \times 2}{-}$

$y = \frac{1 \times 2 + (-2) \times 3}{-2 + 1}$

ANTONIO J. DURÁN



$M(-2, 3; 4, 0)$

$m_1 = 2, m_2 = -1 \quad y = -\frac{12}{5} = -2,4$

Ramanujan

CRÍTICA



Fermat

Crónicas matemáticas

Una breve historia de la ciencia más antigua
y sus personajes

Antonio J. Durán

CRÍTICA
BARCELONA

Primera edición: junio de 2017

Crónicas matemáticas.
Una breve historia de la ciencia más antigua
y sus personajes
Antonio J. Durán

No se permite la reproducción total o parcial de este libro, ni su incorporación a un sistema informático, ni su transmisión en cualquier forma o por cualquier medio, sea éste electrónico, mecánico, por fotocopia, por grabación u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito del editor. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual (Art. 270 y siguientes del Código Penal)

Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos) si necesita reproducir algún fragmento de esta obra.
Puede contactar con CEDRO a través de la web www.conlicencia.com o por teléfono en el 91 702 19 70 / 93 272 04 47

© Antonio J. Durán Guardado, 2018. Autor representado por Silvia Bastos, S. L.
Agencia Literaria www.silviabastos.com

© Editorial Planeta S. A., 2018
Av. Diagonal, 662-664, 08034 Barcelona (España)
Crítica es un sello editorial de Editorial Planeta, S. A.

editorial@ed-critica.es
www.ed-critica.es

ISBN: 978-84-17067-75-5
Depósito legal: B. 11160 - 2018
2018. Impreso y encuadernado en España por Huertas Industrias Gráficas S. A.

El papel utilizado para la impresión de este libro es 100% libre de cloro y está calificado como papel ecológico.

¿Prudencia contra pasión?

1.1. APOLO Y DIONISOS

No es raro encontrarse con los griegos al comienzo de una historia de las matemáticas, aunque lo habitual es darse de bruces con «matemáticos griegos» y no, como es el caso de este libro, con dos «dioses griegos»: Apolo y Dionisos, representante el primero de los comportamientos serenos y prudentes, y el segundo de los irracionales y apasionados. Pero para responder cabalmente a la pregunta «¿qué son las matemáticas?» es imprescindible procurar que los lectores reflexionen sobre la prudencia y la pasión, y quizá nada mejor que apelar a la capacidad explicativa y de síntesis de los mitos griegos para iniciar esa reflexión.

Apolo, después de Zeus, acaso sea el más importante de todos los dioses griegos; y a pesar de ser, con toda probabilidad, una incorporación asiática, es el más griego de los dioses. Hijo de Zeus y Leto, a Apolo se le consagró el santuario más célebre y celebrado de todos los santuarios griegos: el de Delfos, supuestamente tras matar allí con sus flechas al monstruo-serpiente Pitón; en el santuario se ubicaba el *omphalos*, u ombligo del mundo. Según cuenta Robert Graves en *Los mitos griegos*: «En la época clásica, la música, la poesía, la filosofía, la astronomía, las matemáticas, la medicina y la ciencia se hallaban bajo la dirección de Apolo. Como enemigo de la barbarie, defendía la moderación en todas las cosas». Sereno, distante, prudente, Apolo representa el conocimiento contemplativo.

Por contra Dionisos —o Baco, nombre por el que también se le conoce— es el dios más singular del panteón griego, un dios que tuvo un doble nacimiento o, si se prefiere, una muerte y posterior resurrección. Sus orígenes son tracios y, de su compleja teogonía, a mí me interesa resaltar aquí el mito que lo describe como hijo de Zeus y Perséfone. De niño, Dionisos fue raptado por los titanes; hay distintas versiones sobre el rapto y los posteriores acontecimientos, pero todas ellas pintan una cruel y terrible tragedia: con sus rasgos blanqueados con yeso, los titanes engañan al dios niño con regalos y lo atraen utilizando el reflejo de su rostro infantil en un espejo, después lo descuartizan y devoran asados sus miembros. Para cuando son alcanzados por el rayo vengador de Zeus y reducidos a cenizas, sólo queda del horrendo festín el corazón de Dionisos, que su padre come para devolverlo así a la vida. Muerte y resurrección. Y un corolario: el nacimiento de los humanos, que nos cuenta así Carlos García Gual en su *Diccionario de mitos*: «De la ceniza de los fieros titanes nacieron los hombres, con un fondo bestial y titánico, pero también con cierta esquirra dionisiaca. Es decir, con una propensión a la *hybris*, al desenfreno y a la violencia, pero con un impulso divino en su alma».

La dimensión ritual y misteriosa de lo dionisiaco, que late en el origen del mito, contrasta con la de los otros dioses griegos, en especial con la serenidad de Apolo. Tomando como punto de partida esas diferencias entre Apolo y Dionisos, Friedrich Nietzsche (1844-1900) estableció una dicotomía entre lo apolíneo y lo dionisiaco. Lo primero, lo propio del dios Apolo, es lo que tiene medida y serenidad; es, como escribió Nietzsche: «La libertad bajo la ley». Lo segundo, lo propio de Dionisos, es el desenfreno, la embriaguez, lo que desborda la medida y el orden. La prudencia es virtud apolínea, mientras que la pasión es dionisiaca.

Bertrand Russell, en su magnífica *Historia de la filosofía occidental*, insistiendo en la dicotomía entre lo apolíneo y lo dionisiaco escribió: «Muchas cosas admirables de las obras humanas llevan en sí un elemento de embriaguez —mental, no alcohólica—, donde la prudencia es barrida por la pasión. Sin el elemento dionisiaco, la vida carecería de interés; con él, es peligrosa. La prudencia contra la pasión: este conflicto se extiende por toda la historia. Es un conflicto en el cual no debíamos tomar parte por uno o por otro bando resueltamente».

En esa batalla entre prudencia y pasión, ¿de qué parte caerían las matemáticas? Seguramente son mayoría los que opinan que las matemáticas son la prudencia contra la pasión. En mi opinión, eso es bastante equivocado, pues ese conflicto late también, y con muchísima fuerza, en el corazón de un matemático, porque para hacer matemáticas hay que mantener un exquisito equilibrio entre prudencia y pasión, lo que es tanto como decir aguantar el desgarrar que producen Apolo y Dionisos tirando cada uno para su lado. Y es que las matemáticas no son sino un equilibrio inestable entre prudencia y pasión, una mezcla sutil de cautela y de afición vehemente, un diálogo a media voz hecho con templanza dialéctica, y un afecto del ánimo profundamente embriagador y desordenado.

Escribía unas páginas más arriba que, en una primera aproximación, las matemáticas pueden definirse como la búsqueda y descubrimiento de secretos ocultos en objetos o sistemas de objetos que responden a un cierto patrón más o menos conocido, secretos que, una vez descubiertos, hay que demostrar usando la más pura lógica. Explicaré más detalladamente todo esto con un ejemplo —el teorema de Pitágoras—, para después analizar cómo la dicotomía entre prudencia y pasión ayuda a entender más cabalmente ese esquema de lo que son las matemáticas.

El teorema de Pitágoras es uno de los pocos resultados matemáticos que forman parte de lo que se ha dado en llamar el «imaginario colectivo», esa supuesta colección de enseñanzas, conocimientos y datos que todos, o casi todos, albergamos de forma común en nuestra memoria. El teorema establece que en todo triángulo rectángulo —esto es, uno de sus ángulos es recto— el lado mayor al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados. Como ya escribí antes, a pesar de llamarse teorema de Pitágoras, esa relación entre los lados de un triángulo rectángulo era ya conocida por matemáticos babilonios más de mil años antes del nacimiento de Pitágoras. En efecto, tenemos constancia escrita de que en Mesopotamia, décadas antes de que el rey Hammurabi reinara en Babilonia, había matemáticos que sabían que si los catetos de un triángulo rectángulo miden 3 y 4, entonces su hipotenusa mide 5; y si estos miden 119 y 120, entonces la hipotenusa mide 169; o si miden 65 y 42, entonces la hipotenusa mide 97. Cabe pues concluir que los babilonios habían descubierto ese secreto tan bien escondido en un triángulo rectángulo. Ahora bien, a partir de los primeros matemáticos griegos, y Pitágo-

ras fue el más importante de ellos —aunque su figura es más mítica que histórica—, además de descubrir secretos ocultos, el matemático tiene que hacer algo más: tiene que «demostrar» la veracidad de ese secreto que dice haber encontrado. Pitágoras y sus seguidores propusieron algo de lo que no se ha encontrado rastro en ninguna civilización anterior a los griegos. Primero afirmaron que la relación entre los catetos y la hipotenusa no sólo se da en unos cuantos triángulos rectángulos, sino en todos los triángulos rectángulos que puedan existir; y, segundo, proporcionaron una «demostración» de ese hecho.

Es muy posible que los matemáticos babilonios comprobaran que en muchos casos concretos de triángulos rectángulos, como los ejemplos anteriormente citados, se verifica esa relación entre los catetos y la hipotenusa. Pitágoras, en cambio, se cuestionó si esa propiedad era cierta en «todos» los triángulos rectángulos. Naturalmente esto es algo muy ambicioso; y hay, además, algo pretencioso en plantearse si la propiedad vale o no en «todos» los triángulos rectángulos, porque es evidente que no se pueden dibujar y medir todos los triángulos rectángulos, ¿cómo saber entonces que esa propiedad se verifica en todos? Consecuente con su pretensión, Pitágoras propuso entonces que para que este tipo de afirmaciones ambiciosas se puedan tomar en serio, hay que justificarlas adecuadamente, dar algún tipo de razón que vaya más allá de comprobar lo que ocurre en unos cuantos casos particulares. En otras palabras, dar un razonamiento que nos convenza, fuera de toda duda, de la verdad de nuestra afirmación. Esto es lo que se llama, en matemáticas, una demostración. En una demostración se parte de uno o varios hechos evidentes y mediante una cadena de razonamientos, cada uno de los cuales se deduce lógicamente de los anteriores, se alcanza otro hecho no evidente cuya verdad queda entonces establecida. Una demostración es algo cualitativamente muy diferente a la comprobación de unos cuantos casos. Esa exigencia que los matemáticos griegos se impusieron hace que sus matemáticas tengan un olor y un sabor muy distinto al que tenían las matemáticas de babilonios y egipcios. Y ese olor y saber distinto nos está señalando algo fundamental: que los griegos parieron unas matemáticas distintas, cualitativamente distintas, a las que hicieron otras culturas anteriores. Unas matemáticas muchísimo más sofisticadas y ambiciosas, y cuyas características son prácticamente idénticas a las que nosotros seguimos haciendo hoy en día.

¿Qué tiene todo esto que ver con la pelea entre la prudencia y la pasión representadas por la dicotomía entre lo apolíneo y lo dionisiaco? Como escribí antes, un matemático es un detective que busca secretos, un descubridor, en suma. Y en el proceso de búsqueda prima el elemento pasional, dionisiaco, porque en el proceso que lleva a hacer un gran descubrimiento matemático, como en el que lleva a hacer un descubrimiento geográfico, hay mucho de aventura. Lo que requiere apasionarse por lo buscado, una buena dosis de tesón, bastante fe y mucha confianza en que seremos capaces de encontrarlo —pasión, fe y confianza a menudo bastante irracionales—; no es raro que también se requieran grandes cantidades de imaginación, sobre todo para descubrir caminos nuevos que nos lleven al objetivo cuando encontremos bloqueados los que seguíamos; por supuesto, requiere energía y cierta embriaguez del espíritu que nos haga más soportable la fatiga y aleje de nosotros el desaliento.

Pero no sólo se trata de encontrar secretos: una vez descubiertos, esos secretos tienen que ser demostrados usando la más pura lógica. Y aquí es donde entra en juego el elemento apolíneo de la prudencia, porque cuando de demostrar se trata, hay que ser fríos, calculadores, escrupulosos con la lógica; prudentes, en suma.

Si apelamos al diccionario de la RAE, encontraremos que «prudencia» es «templanza, cautela, moderación», y «sensatez y buen juicio»; mientras que «pasión» es «cualquier perturbación o afecto desordenado del ánimo» y «apetito o afición vehemente a una cosa». Es por ello que, en matemáticas, hay que ser pasionales en la búsqueda de secretos pero prudentes cuando se trata de establecer su validez mediante una demostración. Lo que nos vuelve a llevar al enfrentamiento entre lo apolíneo y lo dionisiaco. La demostración debe estar guiada por la «libertad bajo la ley» lógica, mientras que en la indagación impera cierta embriaguez y desenfreno que desborda la medida y el orden.

1.2. LAS MATEMÁTICAS Y SUS CIRCUNSTANCIAS

Consideraré ahora otro de los aspectos de las matemáticas más desconocidos y poco tratados: el conglomerado emocional que las rodea. Si paramos al azar a alguien por la calle y le preguntamos por la condición hu-

mana y las matemáticas, seguramente diría que son asuntos ajenos uno del otro. Y, posiblemente, esa sería también la respuesta de más de un matemático. Las matemáticas tienen fama de ser un conjunto de abstracciones que guardan poca o ninguna relación con los sentimientos de los humanos. Pero, tal y como ya apunté unas páginas antes, las matemáticas y sus circunstancias emocionales son capaces de ayudarnos a revelar lo que somos y, por tanto, sirven también para que los humanos nos podamos comprender mejor a nosotros mismos, para profundizar, en suma, en el conocimiento de la condición humana.

Ya sé que esto suena raro, y que nuestro viandante imaginario dirá que cómo pueden las matemáticas, que en buena medida no entendió cuando se las enseñaron en la escuela, hacerle conocer mejor el género humano. Y seguro que más de un matemático, que sí comprende los misterios de su ciencia, tampoco alcanzará a ver cómo puede esta iluminar ese pozo oscuro que es la naturaleza humana. Para los escépticos debo recalcar que esa capacidad iluminadora la poseen las matemáticas cuando le añadimos sus circunstancias. Por circunstancias de un teorema, por ejemplo, me refiero a los entresijos históricos en que se desarrollaron el autor, o los autores, de ese teorema, ya fuera la persona que lo conjeturó, aquella que lo demostró o lo refutó, o aquellas otras que intentaron una cosa u otra sin éxito, si alguna hubo.

Entiendo que las circunstancias de las matemáticas son, en cierta forma, similares a las circunstancias que describió Ortega y Gasset como compañeras inseparables para entender el yo. Esas circunstancias de las matemáticas tienen mucho que ver con la historia de las matemáticas, pero, tal y como yo lo entiendo, no son la misma cosa.

Ahora puedo precisar algo mejor esa afirmación, inverosímil para nuestro viandante y dudosa incluso para más de un matemático incrédulo, de que las matemáticas pueden ayudarnos a entender mejor lo que somos. Yo tengo para mí que de la confrontación del mundo abstracto de las matemáticas y el mundo emocional donde moran quienes las descubren o las inventan, se desprende una luz que puede ayudar a alumbrar las más recónditas profundidades de la naturaleza humana; no en vano, casi más que ninguna otra creación humana, las matemáticas son hijas de nuestra mente —en su forma más descarnada y solitaria—, y, no lo olvidemos, es nuestro cerebro lo que nos hace ser lo que somos.

Como el lector estará comprobando, ese puente que tienden las matemáticas entre la parte más abstracta y la más emocional del cerebro humano es, en cierta forma, consustancial a la dicotomía ya discutida entre lo apolíneo y lo dionisiaco, o entre prudencia y pasión.

Como expliqué antes, este libro no pretende enhebrar un elaborado discurso teórico sobre las matemáticas y su historia, ni amontonar razones, argumentos o proclamas a favor de algunas tesis aquí defendidas. En la manera de lo posible, su propósito será ilustrarlas con un puñado de bien escogidos ejemplos, en su mayoría biografías de matemáticos relevantes. Que el lector después saque sus propias conclusiones. En el caso de la dicotomía tan fundamental en matemáticas entre la prudencia y la pasión, así como en lo relativo a sus circunstancias emocionales, hay varios ejemplos de matemáticos de diversas épocas que se pueden tomar como modelo. Por diversas razones, una de las cuales es que corresponden a la más cercana historia de las matemáticas del siglo XX, yo he elegido a G. Harold Hardy (1877-1947) y Srinivasa Ramanujan (1887-1920). Para resaltar la complejidad de la naturaleza humana, tan presente en las circunstancias de las matemáticas, he procurado dotar a los apuntes biográficos de los matemáticos, en particular a los que siguen de Hardy y Ramanujan, de cierta tensión narrativa, especialmente en momentos de intensidad emocional —tanta hay en este caso, que la historia sirvió de guión en 2015 de una película británica protagonizada por Dev Patel (Ramanujan) y Jeremy Irons (Hardy); a mi modo de ver, la película es algo floja y no refleja ni de cerca la complejidad y profundidad de una historia tan apasionante—.

1.3. RAMANUJAN Y HARDY

En la historia de las matemáticas no escasean los personajes singulares; los ha habido con una intensa vida emocional, además de científica, rajados otros de parte a parte por las circunstancias históricas, políticas y sociales que les tocó en suerte o en desgracia vivir; unos, quizá los más, han tirado a eremíticos mientras que otros, los menos, no han rehuido fiestas ni saraos. De todos los matemáticos de primera fila que ha habido a lo largo de la historia, Ramanujan ha sido, sin duda, el más singular, o por

ser más preciso: el más inexplicable. Precisamente porque en él, el elemento apasionado, lo dionisiaco, alcanza proporciones difícilmente imaginables. Uno de sus primeros biógrafos supo condensar en una frase el ímpetu con que transcurrió su vida: «Como un meteoro, Srinivasa Ramanujan apareció súbitamente en el firmamento matemático, cruzó raudo la corta duración de su vida, se consumió y desapareció con igual rapidez».

Nacido en 1887 en un pueblo al sur de Madrás en una familia de brahmines pobres, Ramanujan fue incapaz de obtener siquiera el equivalente al título de bachiller, y no tanto por razones económicas, sino porque nunca le interesó ningún otro estudio que no fueran las matemáticas. Fue un muchacho «especial» que cayó bajo el embrujo de los números y logró levantar de la nada un soberbio edificio matemático. Y lo hizo solo, sin la ayuda de nadie, sentado a la puerta de su casa, escribiendo en una pizarra y borrando con el codo. Hasta ese momento, su mayor fuente de conocimiento matemático había sido un singular libro, escrito por George S. Carr y publicado en 1880, que consistía en unos cinco mil resultados encadenados uno detrás de otro; resultados que correspondían, mayormente, a fórmulas, ecuaciones o teoremas agrupados según las áreas más tradicionales y básicas de las matemáticas: álgebra, geometría, trigonometría, cálculo infinitesimal, etc. El libro no contenía demostraciones, aunque ocasionalmente se indicaba cómo unos resultados podían ser deducidos de otros; era, en cierta forma, un libro anticuado y seguramente inapropiado para aprender matemáticas a finales del siglo XIX, y que hoy es conocido únicamente porque fue el que inflamó el apasionado romance que Ramanujan mantuvo con las matemáticas a lo largo de su muy corta vida.

Cuando los teoremas y fórmulas de Ramanujan empezaron a trascender, la pequeña comunidad científica de Madrás —o Chennai, por usar el nombre actual de la ciudad— fue incapaz de determinar si estaba ante un genio o ante un loco. Comprendiendo que nadie en su entorno más cercano podía entender sus fórmulas, Ramanujan decidió enviarlas a Cambridge, centro entonces de las matemáticas inglesas. Pero ni la primera carta que envió, ni la segunda, surtieron ningún efecto, porque los catedráticos ingleses a quienes iban destinadas estaban demasiado ocupados para intentar comprender lo que un desconocido oficinista del puerto de Madrás les enviaba. La tercera carta cayó en mejores manos, las de G. Harold Hardy. Tenía entonces treinta y cinco años y ejercía de pacifista en

tiempos de guerra, de estilista de las matemáticas y de *gourmet* de los números. Fue, según su propia estimación, el quinto mejor matemático puro de su tiempo. Lo de establecer *rankings* era muy del gusto de Hardy —lo que quizá revele un carácter competitivo—. En otra ocasión Hardy elaboró un *ranking* sobre habilidad matemática natural, donde él mismo se atribuía 25 puntos sobre 100, mientras que a su más estrecho colaborador, John Littlewood, le atribuyó 30, y al alemán David Hilbert, el matemático más ilustre de la época, 80. La máxima puntuación de 100 puntos se la otorgó a Srinivasa Ramanujan.

Hardy se tomó el trabajo de leer la carta de Ramanujan, entre sorprendido e incrédulo por lo que allí estaba escrito —«Ciertamente la carta más extraordinaria que haya recibido jamás», afirmaría después Hardy—. Pero hizo más, se tomó la molestia de estudiar a fondo lo que el oficinista indio le había enviado —para lo que buscó la ayuda de su colega Littlewood—, y cuando calibró que estaba ante la obra de un genio, removió cielo y tierra hasta que consiguió llevar a Ramanujan a Cambridge. Lo que no fue fácil, porque había problemas religiosos que se interponían. Ramanujan, aunque muy pobre, pertenecía a la casta más selecta de la India, la de los brahmines. Y un brahmín ortodoxo, y Ramanujan lo era, tenía prohibido cruzar los mares, algo que se consideraba tan repugnante como comer vaca o casarse con una viuda. Desobedecer la proscripción de no cruzar los mares significaba desairar la casta y acarrear una sentencia de ostracismo: eventuales problemas para acceder a los templos, negación de ayuda para el funeral de los familiares muertos, renuncia de las hijas casadas a visitarte por miedo a contaminarse. Gandhi, que cruzó los mares para estudiar derecho en Inglaterra unas décadas antes, vivió una situación parecida, y fue excluido de su casta. De hecho, muchos de los parientes brahmines de Ramanujan no asistieron a su funeral, porque el proceso de purificación que la madre había decidido aplicarle a su hijo cuando volvió de Inglaterra no se pudo realizar por su pésimo estado de salud.

A Hardy, estos escrúpulos religiosos le disgustaron bastante, porque él era más que ateo. Dejó de creer en Dios siendo estudiante del Trinity College de Cambridge. Consecuente como era, le dijo al decano que no volvería a ir a la capilla, algo obligatorio en el *college*; a lo que el decano respondió que no se opondría si, a cambio, Hardy ponía a sus padres en

antecedentes. El decano y, por supuesto, Hardy sabían que estos eran muy religiosos, y que el ateísmo del hijo les iba a causar dolor. Después de pensarlo mucho, Hardy les escribió y, efectivamente, les causó gran dolor; como alguien dijo, un dolor que a nosotros, más de un siglo y cuarto después, nos es difícil imaginar. Así que Hardy no sólo dejó de creer en Dios, sino que a partir de entonces lo consideró su enemigo personal. Algo ciertamente incongruente que provocó más de una anécdota jugosa, como cuando salía bien abrigado y cargado con un paraguas en las tardes soleadas: no es que Hardy fuera más precavido de la cuenta, es que pensaba que si Dios lo veía pertrechado con un paraguas no se iba a tomar la molestia de estropear la tarde con lluvia.

El problema religioso que impedía a Ramanujan cruzar los mares acabó arreglándose, pero no sin trabajo. La principal guardiana de la ortodoxia religiosa de Ramanujan fue su madre, la formidable Komalatammal. Ella había hecho de Ramanujan lo que, en cierta forma, él llegó luego a ser; tal fue la influencia que buena parte de los gustos del hijo fueron calcados de los de la madre —astrología, numerología y, naturalmente, gastronomía—. La semejanza alcanzaba también al parecido físico. Se conservan tres fotografías de Ramanujan —todas ellas tomadas en Inglaterra— y una de Komalatammal; suficientes para mostrar que se parecían como dos gotas de agua, tanto en los rasgos como en la compleción. Komalatammal había hecho también de su hijo un ferviente brahmín, inculcándole amor, respeto y veneración por los dioses preferidos de su casta, repulsión por las castas inferiores, y directamente asco por los parias o intocables —las madres y abuelas lograban inculcar esa repugnancia por los intocables a base de obligar a los niños a realizar una complicada, aburrida y larga sesión de baño cada vez que habían tocado a uno de ellos; «polución» denomina el hinduismo a ese contacto, y «purificación» al baño ritual necesario para revertirla; en fin, cosas de las religiones—.

Para facilitar la partida de Ramanujan hacia Inglaterra, la diosa tutelar de la familia indujo en Komalatammal un trance muy vívido en el que vio a Ramanujan iluminado por un halo y rodeado de sabios europeos, y escuchó que la diosa le ordenaba no interponerse entre su hijo y el propósito de su vida. Para confirmar la visión de su madre, Ramanujan fue en peregrinación a un templo de la diosa situado a 350 kilómetros al suroeste de

Madrás. Ramanujan estuvo allí tres días, durmiendo en las escalinatas del templo y contemplando cómo eran exorcizadas un grupo de mujeres. La noche del último día tuvo un sueño en el que recibió, como si fuera un destello, una revelación que le eximía del mandato de no cruzar los mares. Aunque, antes de partir para Inglaterra, Ramanujan tuvo que aprender a marchas forzadas costumbres occidentales: vestir pantalones, camisas, corbatas y chaquetas, andar con calcetines y zapatos e, incluso, llevar sombrero; todo lo cual, según confesión propia, fue una verdadera tortura, porque hasta entonces solía vestir un ligero y cómodo *dhoti*, la pieza rectangular de tela que se enrolla a la cintura y se pliega a través de las piernas hasta formar esa especie de pantalones holgados típicos de los indios, andaba con sandalias, cuando no descalzo, y, de vez en cuando, se encasquetaba un turbante. También le instruyeron en el uso de los cubiertos, pues Ramanujan comía con los dedos, como solía, y suele todavía, ser habitual en la India. Finalmente sufrió una humillación adicional; Ramanujan tenía *kutumi*, o sea, una típica coleta india. Un amigo de Ramanujan pensó que aquello sería un problema en Inglaterra, y le persuadió, o acaso le forzó —los primeros biógrafos de Ramanujan no se ponen de acuerdo sobre esto—, a que se la cortara. Ramanujan lo sintió como una amputación, hasta el punto de no poder evitar que unas lágrimas se deslizaran por sus mejillas mientras el barbero procedía. El *kutumi* tiene cierto significado religioso, así que Ramanujan ocultó el hecho tanto a su madre como a su esposa, que no lo supieron hasta su regreso de Inglaterra.

Ramanujan se había casado en 1909, aunque sería mejor decir que su madre lo había casado. En 1908, la madre de Ramanujan, preocupada por ver a su hijo sin otra ocupación ni preocupación que hacer números sentado en el porche de su casa, decidió que las cosas debían cambiar; y la forma de cambiarlas, entendía ella, era casándolo. No mucho tiempo después había encontrado una buena candidata; Janaki Ammal (1899-1994) se llamaba, y pertenecía a una próspera familia venida a menos. Los horóscopos de los novios parecían favorables, y la boda se celebró en 1909. Como solía suceder en la India de esos días, y aún sucede hoy a menudo, sobre todo en las zonas rurales, los novios se conocieron el mismo día de la boda: él tenía entonces veintiún años y ella once recién cumplidos. Posiblemente la boda fuera ilegal, pues los ingleses habían ido decretando leyes durante todo el siglo XIX para intentar evitar la inveterada cos-

tumbre india de casar a las niñas antes de la pubertad —la ley, evidentemente, no se cumplía, como hoy tampoco se cumplen, o no siempre ni en todo el territorio indio, las que intentan suprimir los privilegios y discriminaciones de casta—. Como era habitual en ese tipo de matrimonios, Janaki siguió viviendo con sus padres mientras fue impúber, con intermitentes visitas a su familia política; familia que tuvo entonces una baza más con que presionar a Ramanujan para que buscara trabajo: había ahora una esposa a la que mantener. Cuando Ramanujan fue contratado en 1912 como oficinista en el puerto de Madrás, Janaki se fue a vivir con él. Con él y con la suegra. Según recordó la propia Janaki años después, Komalatammal dormía entre ella y su marido, y cuando regresaba por unos días a Kumbakonam —donde residía el resto de su familia—, el puesto lo ocupaba la abuela de Ramanujan. Nada de esto era raro en la India. Janaki permaneció en la India cuando Ramanujan se fue a Inglaterra.

Allí, a la Universidad de Cambridge en concreto, llegó en 1914, casi coincidiendo con el comienzo de la primera guerra mundial, y cuando Hardy, su figura todavía no desgastada por la posición pacifista que mantuvo durante la guerra, reinaba en todo lo referente a las matemáticas.

Hardy tenía, en opinión de Bertrand Russell, la clase de ojos brillantes que sólo las personas muy inteligentes tienen. Acaso no fuera un genio como lo fue Einstein pero, para muchos, tuvo una faceta donde lo superó: su capacidad para convertir cualquier trabajo intelectual en una obra de arte. Capacidad que dejó bien patente en un librito que escribió unos años antes de morir, *A Mathematician's Apology* es su título, y, según Graham Greene, es la mejor descripción de lo que significa ser un artista creador.

Hardy lideró las matemáticas inglesas desde la primera década del siglo XX hasta el comienzo de la segunda guerra mundial. Autor de más de trescientos artículos de investigación y once libros, su producción científica fue muy extensa y cubre casi cualquier rama del análisis matemático y la teoría de números. Para él las matemáticas tenían mucho de competición —ser el primero en la historia en resolver un problema de reconocida dificultad—; su vivencia matemática fue, mayormente, estética. «Las configuraciones construidas por un matemático, lo mismo que sucede con las de un pintor o un poeta, deben poseer belleza», escribió en *A Mathematician's Apology*. La pasión que sintió Hardy por las matemá-

ticas lo consumió. Al final de su vida, cuando ya su energía mental no daba para producir matemáticas, acabó deprimido e intentó suicidarse.

Hardy recibió una excelente educación inglesa, primero en el colegio de Surrey, al oeste de Londres, donde sus padres trabajaban como maestros; después, con trece años obtuvo el primer puesto de entre 102 candidatos para estudiar en Winchester, en un prestigioso colegio privado. Y, finalmente, ingresó con diecinueve años en el Trinity College de Cambridge —el *college* donde dos siglos y pico antes se había formado y había trabajado Isaac Newton—.

Hardy vivió casi exclusivamente por y para las matemáticas. Tuvo el tipo de frialdad que el imaginario colectivo asocia con lo típicamente inglés, además de un carácter algo histriónico y excéntrico. Su odio por los espejos —cuando llegaba a un hotel los tapaba con toallas— le obligaba a afeitarse al tacto; odio que hizo extensivo a algunos aparatos mecánicos: nunca usó reloj ni estilográfica. Y tampoco usó el teléfono, salvo en situaciones extremas y sólo para hablar él. Aparte de las matemáticas, su otra gran afición fue el críquet, un juego casi tan arcano como las propias matemáticas.

Hardy fue buen amigo de Bertrand Russell, seguidor de sus posturas pacifistas durante la primera guerra mundial, y un leal defensor de la integridad y universalidad de la hermandad matemática. El ambiente que se vivió en Cambridge durante la primera guerra mundial lo decidió a cambiar de universidad, aceptando en 1919 una cátedra en Oxford. Volvió a Cambridge doce años después. Echaba de menos estar en el centro de la matemática inglesa, entonces en Cambridge; y, también, la seguridad que tenía allí de seguir en su alojamiento del *college* una vez jubilado. Hardy permaneció siempre soltero, y los últimos años los pasó cuidado por su hermana Gertrude, a quien había dejado tuerta jugando de niño descuidadamente con un bate de críquet —el accidente nunca rompió la excelente relación que los hermanos mantuvieron toda su vida—.

Hardy fue un gran conversador, aunque acaso su aparente sinceridad y gracejo tapara más que mostraba; como consecuencia, fue amigo de muchos pero íntimo de muy pocos, como dijo alguien. Hardy perteneció al exclusivo club de los Apóstoles, una singular hermandad secreta creada en Cambridge que contó con miembros de gran solera y prestigio intelectual: Edward M. Foster, John Maynard Keynes, Bertrand Russell, Ludwig

Wittgestein, Lytton Strachey y otros componentes de lo que luego se llamaría el grupo de Bloomsbury. «No había tabús —escribió Russell sobre los Apóstoles—, ni limitaciones, nada se consideraba escandaloso, ni se levantaba ninguna barrera a la libertad de reflexión y discusión».

A pesar de que muchos de los Apóstoles no fueron homosexuales, una cierta corriente gay atravesó la hermandad. Foster, Keynes y Strachey lo fueron y, posiblemente, también Hardy, aunque su discreción hace difícil saberlo con certeza. Según Littlewood, con quien colaboró durante cuarenta años: «Hardy fue un homosexual no practicante»; lo más parecido a un *affaire* que se le conoce fue que en 1903 compartió habitaciones y una gata con Russell Gaye, un experto en clásicos grecolatinos. «Eran absolutamente inseparables —escribió sobre ellos el marido de Virginia Woolf—, y raramente se les veía hablando con otra gente» —seis años después Gaye se suicidó—. «Es difícil saber si Hardy fue un homosexual practicante —escribió Robert Kanigel en la biografía de Ramanujan—; pudo llevar tanto una vida asexuada como una intensa vida sexual secreta tan bien oculta que incluso sus amigos nada supieron de ella y quienes sí supieron nada dijeron». La única crónica que tenemos de Hardy como actor sexual se refiere a una reunión de los Apóstoles en 1899, cuando, tras una discusión sobre la masturbación, se votó si era buena como medio pero mala como fin, a lo que Hardy votó que sí.

Contamos con un notable testimonio que atestigua el estado de excitación que la carta de Ramanujan a Hardy creó en este y en su colega Littlewood. Es de Bertrand Russell; en una carta del 2 de febrero de 1913 dirigida a su amante Ottoline Morrell le cuenta: «Encontré a Hardy y a Littlewood en un estado de excitación salvaje, porque creen haber dado con un nuevo Newton, un oficinista hindú de Madrás que gana 20 libras al año. Escribió a Hardy contándole algunos resultados que ha obtenido; Hardy piensa que son magníficos, especialmente si se tiene en cuenta que el hombre sólo tiene estudios primarios. Hardy ha escrito a la Oficina India y espera tenerlo aquí pronto. Por ahora, esto es confidencial, pero me entusiasmó la noticia».

La primera guerra mundial trastocó los planes de Hardy sobre Ramanujan. Este quedó prácticamente aislado en Cambridge con Hardy como única posibilidad de cooperación matemática; por un lado, Littlewood se incorporó pronto a la guerra, y, por otro, Hardy tenía en mente conectar a

Ramanujan con el potente grupo alemán de Gotinga que hacía teoría de números —una de las grandes aficiones de Ramanujan—, cosa que la guerra obviamente imposibilitó.

Hardy pudo comprobar que Ramanujan era un diamante en bruto: tenía una intuición monstruosamente afinada para números y fórmulas, aunque desconocía conceptos y herramientas básicas que cualquier aspirante aplicado a matemático debe dominar en los primeros años de la carrera. Pero el milagro se produjo, lo imposible sucedió, porque Ramanujan, que se había formado matemáticamente a sí mismo en el porche de su casa en el sur profundo de la India, fue capaz de colaborar fructíferamente y en pie de igualdad con Hardy, uno de los más logrados frutos del prestigioso sistema educativo inglés.

La relación matemática entre Hardy y Ramanujan fue extraordinaria, no tanto la humana, que fue algo fría; «Ramanujan era indio —escribió Hardy décadas después—, y supongo que siempre es un poco complicado para un inglés y un indio entenderse propiamente». Hardy siempre la consideró un episodio fundamental en su vida: «Mi asociación con Ramanujan —confesó Hardy en cierta ocasión— ha sido el único incidente romántico de mi vida. A él le debo más que a nadie en el mundo, con una sola excepción». Y no sólo eso: Hardy se enorgulleció tanto de haber colaborado con Ramanujan que situó esa colaboración como una medida de su valía personal: «Todavía me digo, cuando estoy deprimido o tengo que escuchar a alguien vanidoso y aburrido: “Bueno, he hecho algo que usted nunca podría haber hecho, que es haber colaborado tanto con Littlewood como con Ramanujan en, digamos, igualdad de condiciones”», escribió en *A Mathematician's Apology*.

En esa relación la dicotomía entre prudencia y pasión quedó repartida entre los dos protagonistas, Ramanujan fue el apasionado, el dionisiaco, y Hardy el prudente, el apolíneo. Analizaré con algo más de detalle este reparto de roles comentando el más importante de los resultados obtenidos por Hardy y Ramanujan. El problema en cuestión consiste en calcular las particiones de un número, o sea, contar las distintas formas en que un determinado número puede escribirse como suma de otros. El problema aparece propuesto por Leibniz a uno de sus discípulos científicos en una carta fechada el año 1696. Pero no fue, sin embargo, hasta mediados del siglo XVIII cuando se hizo algún progreso, y este vino de manos del

gran Leonhard Euler que, aunque encontró fórmulas para calcular las particiones de forma recurrente, no fue capaz de dar con una fórmula aproximada para el cálculo de las particiones. El problema, pues, ya llevaba dos siglos largos preocupando a los mejores matemáticos cuando Hardy y Ramanujan le hincaron el diente.

Pensemos, por ejemplo, en el número 4; en este caso, mediante un cálculo directo sencillo podemos escribir

$$4 = 4, \quad 4 = 3 + 1, \quad 4 = 2 + 2, \quad 4 = 2 + 1 + 1, \quad 4 = 1 + 1 + 1 + 1.$$

Y no hay más formas de partirlo como suma de otros que esas 5. Para simplificar, si tenemos un número genérico n , representaremos por $p(n)$ el número correspondiente a sus particiones; así $p(4) = 5$.

El número de particiones de un número aumenta considerablemente conforme el número se hace mayor y, obviamente, cada vez cuesta más trabajo calcularlo. Antes de la existencia de ordenadores se había calculado —apoyándose en los trabajos de Euler— que

$$\begin{aligned} p(100) &= 190.569.292, \\ p(200) &= 3.972.999.029.388. \end{aligned}$$

Pero, ni siquiera usando el más potente de los ordenadores de este mundo, podríamos seguir calculando el número de particiones correspondiente a números mucho mayores a base de generarlas todas y contarlas —aun ayudándose de las fórmulas de Euler—. La solución del problema consiste, pues, en dar con una fórmula que permita conocer de manera exacta, o al menos aproximada, las particiones de un número.

En un alarde de espíritu dionisiaco, Ramanujan pensaba que podría ser capaz de encontrar una fórmula que permitiera calcular de forma exacta el número de particiones de un número, sin necesidad de calcular antes estas. De hecho, el germen de esa fórmula estaba ya implícito en su primera carta a Hardy. Hardy, más mesurado y prudente, pensaba que lo más que se podría lograr era dar con una buena aproximación.

Y eso fue, precisamente, lo que lograron ambos trabajando juntos en Cambridge: una fórmula que permite calcular $p(n)$ de forma aproximada. A pesar de ser obviamente un problema aritmético, ellos usaron técnicas

analíticas para estudiarlo, en la línea que había inaugurado Dirichlet un siglo antes y que se dio en llamar teoría analítica de números —que será tratada en la sección 8.2.2—. Merece la pena escribir aquí esa fórmula —o, al menos, una versión simplificada—:

$$(1.1) \quad p(n) \sim \frac{e^{\pi\sqrt{\frac{2n-1}{3}} - \frac{1}{36}} \left(\pi\sqrt{\frac{2n-1}{3} - \frac{1}{36}} - 1 \right)}{4\sqrt{2}\pi\sqrt{\left(n - \frac{1}{24}\right)^3}},$$

donde las letras π y e representan, respectivamente, las dos constantes matemáticas más célebres. El signo \sim señala que lo que hay del lado izquierdo se parece al derecho en un cierto y preciso sentido que no hace falta explicar aquí. Por ejemplo, el lado derecho de la fórmula anterior para $n = 100$ vale 190.568.944,8, mientras que para $n = 200$ vale 3.972.998.993.185,9 ... compárense con los valores exactos de $p(100)$ y $p(200)$ escritos anteriormente.

Hardy y Ramanujan hicieron algo más, dieron con un procedimiento para, en sucesivos pasos, acercarse más y más al valor exacto de $p(n)$ —mucho más de lo que permitía la aproximación escrita más arriba—. En concreto, su fórmula aproximada les permitió encontrar $p(100)$ y $p(200)$ con un error de cuatro milésimas —lo que, dado que ambos números son enteros, equivale a encontrarlos exactamente—. «Esperábamos un resultado bueno —escribió Hardy muchos años después—, con un error del orden de las decenas, pero nunca habíamos imaginado alcanzar un resultado tan exacto como ese.» Hardy estaba tan sorprendido con lo que habían obtenido que su espíritu prudente empezó a ceder ante las acometidas dionisiacas de Ramanujan, hasta el punto de que acabó reconociendo que aquel método podía llevarlos a una fórmula exacta de $p(n)$: «Esos resultados sugieren muy claramente —se lee en el artículo de Hardy y Ramanujan— que es posible obtener una fórmula para $p(n)$ que no sólo dé cuenta de su orden de magnitud o su estructura, sino que también pueda ser usada para calcular su valor exacto para cualquier número n . Pensamos que esto podría hacerse sin ningún cambio fundamental en nuestro análisis, aunque requeriría una revisión muy cuidadosa de nuestros argumentos».

Esa revisión se produjo, de hecho, década y media después; por partida doble, además. Tanto el matemático alemán Hans Rademacher como el noruego Atle Selberg revisaron los argumentos de Hardy y Ramanujan y dieron con la fórmula exacta para las particiones de un número. Rademacher publicó su fórmula en 1937, pero no así Selberg; Selberg encontró por casualidad la referencia al artículo de Rademacher, vio allí publicada la fórmula que él también acababa de encontrar y renunció a publicar sus resultados. Sin embargo, con ocasión del centenario del nacimiento de Ramanujan, Selberg habló de sus resultados y sobre por qué, en su opinión, Hardy y Ramanujan se quedaron tan cerca de dar ellos mismos con la fórmula. Su veredicto fue clarísimo: «La responsabilidad fue de Hardy: si hubiera confiado más en Ramanujan tengo pocas dudas de que habrían acabado encontrando la fórmula exacta». Que es tanto como decir que, en este caso, la pasión se dejó vencer por la prudencia, y aun llegando muy lejos no alcanzó el objetivo final ya casi al alcance de las manos.

Ramanujan estuvo en Inglaterra casi cinco años —durante los cuales se desarrolló la primera guerra mundial—, aunque los dos últimos los pasó enfermo e internado en varios sanatorios; la soledad, el clima húmedo de la campiña inglesa y los rigores de una dieta inflexible —Ramanujan era, por razones religiosas y culturales, estrictamente vegetariano—, agravada por la escasez de alimentos apropiados durante la guerra, lo hicieron enfermar de un mal que ninguno de los varios médicos que lo atendieron supo diagnosticar adecuadamente.

Ramanujan regresó a la India en 1919, pero lo hizo para morir. Salió de su país orondo y lozano y volvió consumido por la enfermedad; salió siendo un desconocido y volvió convertido en celebridad: fue elegido miembro de la Royal Society de Londres, el miembro más joven de su centenaria historia y el segundo de nacionalidad india —el primero fue elegido en 1841—, y el primer indio en ser nombrado *fellow* del Trinity College de Cambridge; el *Times* de Madrás le dedicó un artículo al poco de llegar, donde se podía leer: «Como alguien en Cambridge ha afirmado, desde Newton no ha habido nadie igual, lo que, no necesita decirse, es el mayor de los elogios». Ramanujan murió en abril de 1920 con treinta y dos años de edad. De no haber muerto «Habría llegado a ser el matemático más grande de su tiempo», por decirlo en palabras de Hardy.

Además de sus trabajos publicados —mayormente durante su estancia en Inglaterra—, ya fuera con Hardy o en solitario, Ramanujan dejó una colección de cuadernos repletos de fórmulas y teoremas. Hasta muy recientemente, la comunidad matemática no ha llegado a entender el pleno significado de muchas de las fórmulas de Ramanujan; y ese significado es de tal transcendencia y profundidad que ha acabado aupándolo al Olimpo de los más grandes matemáticos de la historia.

En esos cuadernos, el carácter apasionado de Ramanujan para con las matemáticas, su faceta de Dionisos de los números es absolutamente deslumbrante y alcanza cotas difícilmente imaginables. Uno de los resultados donde mejor se aprecia esto es en sus series para el número π .

Dado que el número π no es racional —esto es, no es un cociente de números enteros—, encontrar aproximaciones fraccionarias o, lo que es igual, cifras decimales exactas del número π , ha sido una tarea que ha fascinado a buen número de personas, matemáticos y no, a lo largo de la historia. Aun con los modernos computadores electrónicos, calcular eficientemente cifras decimales del número π depende, en buena medida, de la representación de π que usemos, sobre todo si queremos alcanzar o ir más allá de los varios billones de cifras exactas conocidas. Todavía hoy estos cálculos tienen interés, porque, cada vez que se desarrolla un nuevo procesador electrónico, una forma de medir su capacidad de cálculo es comprobando la eficacia que tiene calculando cifras decimales del número π . Y buena parte de las representaciones de π que hoy se usan para hacer esos cálculos se basan en las obtenidas por el ingenio prodigioso de Ramanujan.

Calcular cifras exactas del número π requiere disponer de buenas representaciones de ese número; para conseguir esas representaciones son necesarias ideas matemáticas a menudo muy brillantes. Una vez se tiene una de estas representaciones del número π , el proceso del cálculo efectivo de cifras exactas es ya meramente calculístico y, a menudo, no necesita de excesivo ingenio, aunque sí del tesón que pone un mulo para hacer girar una noria —sobre todo en los tiempos donde había que hacer las cuentas a mano—. El número de cifras exactas y la eficiencia con que se pueden calcular depende, desde luego, de la facilidad y rapidez para realizar cálculos que la tecnología permita en un determinado momento; pero, sobre todo, depende de la representación que se use del número π .

Habitualmente ocurre que una determinada representación agota su capacidad de producir cifras exactas, y los grandes récords en el cálculo de cifras suelen corresponder más con el hallazgo de mejores representaciones para π que con el desarrollo de computadores más potentes.

A lo largo de la historia, algunos de los más grandes matemáticos han aportado su granito de arena al cálculo de cifras exactas del número π , sobre todo encontrándole buenas representaciones. Es el caso de Arquímedes, al que se debe la más célebre aproximación del número π de la Antigüedad, $\frac{22}{7}$.

En tiempos más recientes las aproximaciones del número π se han calculado usando sumas infinitas. Por ejemplo, la primera suma infinita cuyo valor es el número π la descubrió el escocés James Gregory a mediados del siglo XVII —redescubierta por Leibniz unos años después—:

$$(1.2) \quad \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots$$

La serie de arriba, sin embargo, es pésima para el cálculo aproximado del número π , debido a que los sumandos decrecen muy lentamente; por ejemplo, se necesitan sumar cerca de mil términos para encontrar un valor aproximado mejor que el de Arquímedes.

El mismísimo Newton desarrolló un procedimiento para encontrar series muy apropiadas para el cálculo aproximado del número π , y con una de ellas le calculó varias docenas de decimales. Una variación de las series de Newton fue usada, poco después, por John Machin, profesor de astronomía en Londres, para calcular cien cifras decimales exactas del número π —todo un récord en la época—; la serie en cuestión es la siguiente:

$$(1.3) \quad \frac{\pi}{4} = 4 \times \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3 \times 5^2} + \frac{1}{5 \times 5^3} - \frac{1}{7 \times 5^4} + \dots \right) \\ - \left(\frac{1}{239} - \frac{1}{3 \times 239^2} + \frac{1}{5 \times 239^3} - \frac{1}{7 \times 239^4} + \dots \right).$$

Hasta la irrupción de los modernos computadores a mediados del siglo XX, se habían calculado poco más de quinientas cifras exactas de π .

En 1949, usando el primero de ellos, el ENIAC, se calcularon más de dos mil; en 1961 ya se habían calculado más de 100.000 —usando un IBM y más de nueve horas de cálculo—; el primer millón se alcanzó en 1973, hacia 1986 ya se habían calculado, con un ordenador de la NASA, cerca de treinta millones de cifras decimales de π , y en los albores del tercer milenio ya son varios de billones las conocidas —a finales de 2009 se consiguió un récord usando un ordenador doméstico y más de cuatro meses de computación—.

En mayor o menor medida, todos los cálculos aproximados del número π llevados a cabo durante los siglos XVIII, XIX y casi todo el siglo XX se basan en variantes de la serie (1.3). Entonces Ramanujan entró en acción.

Ramanujan produjo casi dos docenas de misteriosas series para el inverso del número π . He aquí una de ellas

$$(1.4) \quad \frac{1}{\pi} = \left(\frac{5}{16} + \frac{47}{8.192} + \frac{2.403}{33.554.432} + \frac{16.375}{17.179.869.184} + \dots \right);$$

donde los sumandos que aparecen en esa suma son las fracciones obtenidas poniendo $n = 0, 1, 2, 3 \dots$ en la fórmula

$$\frac{(2n)!^3 \times (5 + 42 \times n)}{(n!)^6 \times 2^{12 \times n + 4}}.$$

Esa fórmula, y otras de similar estilo, aparecen misteriosamente en uno de los cuadernos de Ramanujan, sin ninguna demostración; cosa, por otro lado, habitual en los cuadernos y en él. En 1914 Ramanujan las publicó en una revista de investigación inglesa, en esta ocasión con algunas indicaciones de cómo componer una demostración, cuyos argumentos principales parecen salidos de la chistera de un mago y es difícil, si no imposible, entender cómo se le pudieron ocurrir a Ramanujan. Esas expresiones, de hecho, no fueron cabalmente entendidas hasta los años ochenta, coincidiendo con el centenario del nacimiento de Ramanujan y cuando los procedimientos para el cálculo aproximado del número π recobraron interés a rebufo del vertiginoso desarrollo de los computadores electrónicos. Con las fórmulas de Ramanujan, y otras similares que se

descubrieron entonces, se consiguió calcular miles de millones de cifras exactas del número π , lo que permitió alcanzar varios récords en las cifras conocidas de la más célebre de las constantes matemáticas.

Pero ¿de dónde sacó Ramanujan sus fórmulas? Esta es una de las preguntas más inquietantes y llenas de misterio que podemos hacernos sobre el proceso creativo en ciencia y, en particular, en matemáticas, y sobre la presencia de elementos dionisiacos en el proceso de descubrimiento matemático —apasionamiento por lo buscado, tesón irracional para persistir en la búsqueda, grandes dosis de imaginación e inteligencia, que no excluyen las connotaciones mágicas, y cierta embriaguez del espíritu—. En este sentido, Ramanujan es un caso extremo, excepcional, hasta el punto de que, aun siendo un científico, un matemático, se puede llegar a percibir su producción más como la obra de un mago que la de un genio. Es precisamente esa condición de mago de los números, de las fórmulas, una de las circunstancias que hacen de él el matemático más inexplicable que haya existido jamás; la otra circunstancia es el hecho de haber conseguido buena parte de sus descubrimientos sin haber recibido ningún tipo de formación matemática específica. Y quizá ambas cosas estén inextricablemente unidas entre sí, y también al carácter dionisiaco de sus descubrimientos.

En 1907, Ramanujan abandonó sus estudios oficiales; tres o cuatro años antes había caído bajo el embrujo de las matemáticas y desde entonces había cosechado fracaso tras fracaso académico. Ese mismo año, Ramanujan empezó a escribir sus «cuadernos». Los «cuadernos» matemáticos de Ramanujan son uno de los documentos matemáticos más importantes del siglo xx. En ellos encontramos multitud de fórmulas, prácticamente sin ninguna demostración o sugerencia de cómo pudo encontrarlas: pura pasión sin rastro casi de prudencia.

Se conservan tres cuadernos —publicados en dos volúmenes en edición facsímil en 1957—; el primero tiene casi doscientos folios, el segundo otros tantos y el tercero apenas veinte. El segundo cuaderno es una copia ampliada y mejorada del primero; según comentó uno de sus amigos, Ramanujan se decidió a hacerla por motivos de seguridad y, al principio, pretendió que fuera una copia fiel, pero conforme iba copiando no pudo resistir la tentación de mejorar sus resultados y ampliarlos con otros nuevos.

Tras dejar el instituto en 1907, Ramanujan se dedicó en cuerpo y alma a las matemáticas. Sin ninguna guía ni otro consejo más allá de su pura intuición y gusto personal, empezó por recoger en los cuadernos resultados que seguramente había encontrado durante sus últimos años en el colegio. Así, los cuadernos comienzan con unas disquisiciones dedicadas a la construcción de cuadrados mágicos —números insertos en una retícula cuadrada, la suma de cuyas líneas verticales, horizontales y diagonales es siempre la misma—.

Pero esos juegos matemáticos de aficionado pronto dieron paso a problemas matemáticos más complicados y profundos que incluían teoría de números, sumas y productos infinitos, cálculo de integrales, funciones especiales, aproximaciones de funciones y otros asuntos de gran enjundia matemática.

Esos años en que estuvo redactando los cuadernos fueron, en un sentido, duros para Ramanujan; pero, en otro sentido, quizá los más felices de su vida. Duros en el sentido económico y material, porque su familia apenas conseguía dinero para alimentos y, con seguridad, debían quejarse por la actitud del hijo; no sólo había desaprovechado la oportunidad de obtener un título que le hubiera facilitado un trabajo bien remunerado —para los estándares indios—, sino que, además, en vez de buscar trabajo o alguna ocupación remunerada, se dedicaba a hacer cuentas sentado en el porche de su casa, y a anotar números y fórmulas en unos cuadernos. La penuria económica llegó a ser tal que Ramanujan tuvo que ganarse unas rupias dando clases particulares. El asunto no fue, precisamente, un éxito, pues Ramanujan se empeñaba en enseñarle a sus alumnos matemáticas superiores en vez de las que a ellos les exigían en la escuela; y, así, claro está, los alumnos no le duraban mucho.

Pero fueron, a su vez, los más felices en el plano intelectual, porque durante esos años Ramanujan se dedicó a lo único por lo que sentía verdadera pasión: a hacer matemáticas; y a hacerlas compulsivamente. Nada raro, por otra parte, pues, cuando les coges afición, esa es la única manera de hacer matemáticas, como sabe cualquiera que a ellas se haya dedicado alguna vez. «Ramanujan había encontrado un hogar en las matemáticas —escribió Robert Kanigel—, tan completamente confortable, además, que difícilmente quería nunca salir de él. Le satisfacían intelectual, estética y emocionalmente.»