

El pequeño libro de los

AGUJEROS

NEGROS

STEVEN S. GUBSER & FRANS PRETORIUS

CRÍTICA

El pequeño libro de los agujeros negros

Steven S. Gubser
y Frans Pretorius

Traducción castellana de
Javier Sampedro

CRÍTICA
BARCELONA

Primera edición: febrero de 2019

El pequeño libro de los agujeros negros
Steven S. Gubser y Frans Pretorius

No se permite la reproducción total o parcial de este libro, ni su incorporación a un sistema informático, ni su transmisión en cualquier forma o por cualquier medio, sea éste electrónico, mecánico, por fotocopia, por grabación u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito del editor. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual (Art. 270 y siguientes del Código Penal)

Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos) si necesita reproducir algún fragmento de esta obra. Puede contactar con CEDRO a través de la web www.conlicencia.com o por teléfono en el 91 702 19 70 / 93 272 04 47

Título original: *The Little Book of Black Holes*

© 2017 by Steven S. Gubster and Frans Pretorius

© de la traducción, Javier Sampedro, 2019

© Editorial Planeta S. A., 2019
Av. Diagonal, 662-664, 08034 Barcelona (España)
Crítica es un sello editorial de Editorial Planeta, S. A.

editorial@ed-critica.es
www.ed-critica.es

ISBN: 978-84-9199-067-3
Depósito legal: B. 1017 - 2019
2019. Impreso y encuadernado en España

El papel utilizado para la impresión de este libro es 100% libre de cloro y está calificado como papel ecológico.

Relatividad especial

Para entender los agujeros negros tenemos que aprender algo de relatividad. La teoría de la relatividad se divide en dos partes: especial y general. Albert Einstein halló la teoría especial de la relatividad en 1905. La teoría trata sobre objetos que se mueven unos respecto de otros, y con la forma en que la experiencia del espacio y el tiempo de un observador depende de cómo se esté moviendo. Las ideas centrales de la relatividad especial se pueden formular en términos geométricos usando un bello concepto llamado espacio-tiempo de Minkowski.

La relatividad general subsume la relatividad especial e incluye también la gravedad. La relatividad general es la teoría que necesitamos para entender realmente los agujeros negros. Einstein desarrolló la relatividad general durante un periodo de varios años que culminó en un artículo de finales de 1915, en el que presentaba las denominadas ecuaciones de campo de Einstein. Estas ecuaciones describen cómo la gravedad distorsiona el espacio-tiempo de Minkowski para dar una geometría espaciotemporal curva, por ejemplo la geometría del agujero negro de Schwarzschild que describiremos en el capítulo 3. La relatividad es

más simple y fácil que la relatividad general porque omite la gravedad; es decir, la gravedad se ignora, o se considera un efecto demasiado débil como para resultar significativo.

La relatividad especial incluye la fórmula $E = mc^2$, que relaciona la energía E , la masa m , y la velocidad de la luz c . Esta es una de las ecuaciones más famosas de toda la física, y posiblemente de todo el entendimiento humano. $E = mc^2$ hizo posible prever el formidable poder de las armas nucleares, y también está en el corazón de nuestras esperanzas, aún incumplidas, de tener una fuente de energía limpia basada en la fusión nuclear. $E = mc^2$ resulta también muy importante para la física de los agujeros negros. Por ejemplo, la energía equivalente a tres masas solares eyectada por la primera colisión de agujeros negros observada es una ilustración primordial de la equivalencia entre la masa y la energía. Para hacernos una idea del cataclismo que supuso esta colisión, consideremos que la masa que se convierte en energía en la explosión de una bomba nuclear (asumiendo un rendimiento de 400 kilotonnes) no pasa de unos meros 19 gramos.

La relatividad especial está estrechamente relacionada con la teoría del electromagnetismo de James Clerk Maxwell. De hecho, una pista temprana de la visión relativista del espacio y el tiempo emergió a finales del siglo XIX con las llamadas transformaciones de Lorentz, que explican cómo las percepciones que los observadores tienen de los fenómenos electromagnéticos dependen de cómo los observadores se estén moviendo. El fenómeno electromagnético más familiar es la luz, que es una onda viajera de campos eléctricos y magnéticos. Una consecuencia de la teoría de Maxwell es que la luz tiene una velocidad definida. La relatividad se construye alrededor de la idea de que esa velocidad es una verdadera constante, independiente del movimiento del observador.

El movimiento de los observadores se describe en la relatividad especial en términos de marcos de referencia. Para hacernos una idea de lo que es un marco de referencia, pensemos en un tren de alta velocidad. Si todos los pasajeros van sentados y todos los equipajes guardados, cualquier cosa en el tren es estacionaria respecto al propio tren. Pero este se mueve deprisa respecto a la Tierra. Supongamos que se mueve en línea recta a velocidad constante. Para ofrecer una descripción totalmente precisa de los marcos de referencia, tendríamos que estipular la ausencia de cualquier campo gravitatorio significativo. Por ejemplo, en vez de que el tren se desplace a velocidad constante por la superficie de la Tierra, tendríamos que considerar una nave espacial moviéndose por inercia a velocidad constante en el espacio vacío. Pero el campo gravitatorio de la Tierra es lo bastante débil para que, para nuestros objetivos actuales, podamos ignorar sus efectos en el tren y trabajar con la teoría especial de la relatividad, en lugar de con la teoría general.

Si no miramos por la ventana, es difícil decir lo deprisa que se está moviendo el tren. En caso de que este tenga una magnífica suspensión y las vías estén muy niveladas, y de que las persianas de todas las ventanas estén echadas, sería imposible saber que se está moviendo en absoluto. El tren aporta un marco de referencia: el que los pasajeros usan normalmente para juzgar si algo se está moviendo dentro del tren. No pueden saber (en la situación ideal recién descrita) si el tren entero se está moviendo. Pero, desde luego, saben si alguien está andando por el pasillo, porque esa persona se está moviendo respecto a su marco de referencia. Más aún cualquier fenómeno físico, como bolas que se caen o peonzas que giran, se comportaría del mismo modo, según observa cualquier observador en el tren, tanto si el tren se está moviendo

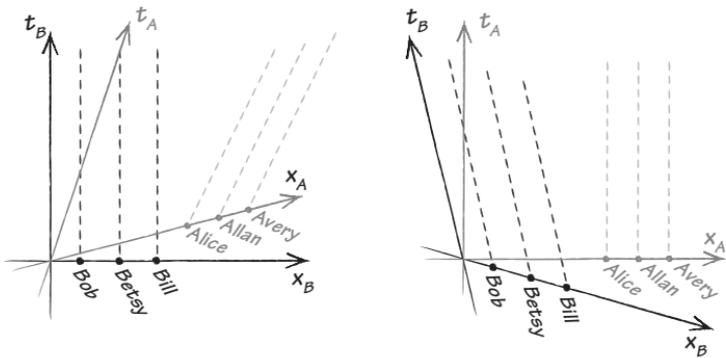


Figura 1.1. Izquierda: el espacio-tiempo de Minkowski, donde se muestran tres observadores estacionarios en el sistema de referencia B, y otros tres que se mueven adelante en el sistema de referencia A. Derecha: una perspectiva distinta del espacio-tiempo de Minkowski, en que los observadores del sistema B se mueven hacia atrás, y los observadores del sistema A permanecen estacionarios.

como si no. En resumen, pues, un marco de referencia es una manera de mirar el espacio y el tiempo que se asocia a un observador, o a un grupo de observadores, en un estado de movimiento uniforme. Movimiento uniforme significa que el tren no está acelerando, ni frenando ni girando. Si el tren está haciendo alguna de estas cosas, los pasajeros lo notarán; por ejemplo, la aceleración rápida les empuja atrás en sus asientos, mientras que la deceleración rápida les arroja hacia delante.

Imaginemos que nuestro tren pasa por una estación sin parar ni reducir su velocidad. Los pasajeros del tren, digamos Alice, Allan y Avery, son observadores en un marco de referencia móvil al que llamaremos el marco A. Mientras, sus amigos Bob, Betsy y Bill están en el andén, un marco de referencia estacionario al que llamaremos el marco B. Para dibujar estos marcos de referencia, pone-

mos la posición del marco B en el eje horizontal, y el tiempo del marco B en el eje vertical, y mapeamos las trayectorias de nuestros observadores a través del espacio y el tiempo, de modo que, a lo largo del tiempo, los observadores del marco B permanecen siempre en las mismas posiciones del marco B, mientras que los observadores del marco A se mueven hacia delante. El diagrama resultante es de hecho ¡el espacio-tiempo de Minkowski! La palabra espacio-tiempo se refiere al hecho de que estamos mostrando el espacio y el tiempo en el mismo diagrama. Es posible adoptar una perspectiva diferente sobre el espacio-tiempo de Minkowski, de modo que los observadores del marco A se muestren como estacionarios, mientras que los observadores del marco B se mueven hacia atrás. Volveremos a esta perspectiva más adelante.

La relatividad especial depende del postulado de que la velocidad de la luz es constante. En otras palabras, se supone que la velocidad de la luz es la misma cuando la miden los observadores del tren que cuando la miden los observadores del andén. Si no fuera así, bastaría medir la velocidad de la luz para que un observador pudiera decidir en cuál de los dos marcos de referencia está situado. Pero un principio central de la teoría de la relatividad es que la física debe ser la misma en cualquier marco de referencia, de modo que *no puedes* decidir en qué marco estás mediante ninguna medición física. Según este principio, no puedes elegir un marco y decir: «Permanecer en este marco es lo que significa estar estacionario; el movimiento consiste en estar en un marco diferente». Lo único que podemos decir es: «Cualquier marco es tan bueno como cualquier otro; la única idea de movimiento que podemos permitir es el movimiento de un observador respecto a otro». En otras palabras, los estados de movimiento no son absolutos; son relativos. Así que ha sido un

error referirse al marco A como móvil y el marco B como estacionario. Lo único que podemos decir realmente es que se están moviendo uno respecto al otro. (La idea de que el marco B estaba estacionario parecía natural, sin embargo, porque estamos pensando implícitamente en el movimiento respecto a la Tierra.)

La intuición que acabamos de explicar sobre el movimiento relativo parece de sentido común, y debemos preguntarnos cómo es posible que obtengamos alguna ventaja de ella para asuntos relacionados con la naturaleza profunda del espacio y el tiempo. El ingrediente clave es la teoría del electromagnetismo de Maxwell. Lo que nos dice esta teoría (entre otras cosas) es que, si Alice saca un puntero láser y manda un pulso de luz hacia delante, hacia el morro del tren, y Bob hace lo mismo, los dos pulsos de luz viajan exactamente a la misma velocidad. Esto vuelve a parecer una afirmación inocua, ¡pero no lo es! Por ejemplo, si hacemos que el tren viaje al 99 % de la velocidad de la luz (obviamente no sería un tren estadounidense), ¿no debería Bob medir que el pulso láser disparado por Alice viaja a casi el doble de la velocidad de la luz? Después de todo, Alice se está moviendo hacia delante al 99 % de la velocidad de la luz respecto a Bob, y su pulso láser se mueve hacia delante a la velocidad de la luz respecto a ella, así que parece que Bob debería medir que el pulso láser de ella se mueve hacia delante al 199 % de la velocidad de la luz. Pero, según el electromagnetismo, ¡no lo hace! Bob mide que el pulso láser se está moviendo precisamente a la misma velocidad de la luz, respecto a él mismo, que registraría Alice si midiera su movimiento respecto a ella misma.

¿Cómo es esto posible? La respuesta es que Alice y Bob miden el paso del tiempo de manera diferente, y también miden la longitud de manera diferente. Los detalles

de cómo pasa esto están codificados en la transformación de Lorentz, que es una expresión matemática que relaciona el tiempo y la longitud en el marco A con el tiempo y la longitud en el marco B. Una transformación de Lorentz es fácil de dibujar utilizando el espacio-tiempo de Minkowski. Antes de la transformación de Lorentz (la parte izquierda de la figura 1.1), podemos pensar que el marco B está estacionario, y que el marco A se está moviendo hacia delante. Después de la transformación de Lorentz (la parte derecha de la figura 1.1), ¡el marco A está estacionario y el marco B se mueve hacia atrás! Una transformación de Lorentz no es más que el cambio de perspectiva entre el informe que ofrecería Bob pensando que su marco es estacionario, y el que ofrecería Alice pensando que el de ella es el estacionario.

Entre las consecuencias esenciales de la transformación de Lorentz están la dilatación del tiempo y la contracción del espacio. Empezaremos describiendo la dilatación del tiempo porque es más sencilla de explicar. Supongamos que al mediodía del viernes te montas en un tren en el Empalme de Princeton. Por conveniencia, diremos que este tiempo y lugar corresponden al origen del espacio de Minkowski, donde los ejes t y x se cruzan. Añadamos que por el Empalme de Princeton pasan trenes rápidos y lentos; los hay que van al norte hacia Nueva York, y otros que van al sur hacia Filadelfia; y tú puedes decidir cuál quieres coger. Lo que vas a hacer es subir al tren durante una hora exacta según tu reloj, y entonces te bajas y marcas adónde has llegado. Es evidente que si tomas un tren rápido llegarás más lejos. Pero cuidado con asumir que llegarás exactamente el doble de lejos si tomas un tren que va el doble de rápido. La parte delicada es que has ido en el tren durante una hora exacta según tu propio reloj. La velocidad de un tren es algo que los ob-

servadores estacionarios respecto al suelo van a medir, y sus relojes corren un poco distinto que los tuyos porque están en un marco de referencia distinto.

Así que, ¿dónde terminaréis? Más en general, si tú y una pandilla de amigos tomáis trenes diferentes (que salen todos del Empalme de Princeton al mismo tiempo), ¿adónde iréis todos a parar? La respuesta es que todos iréis a parar a algún punto de una hipérbola en el espacio-tiempo de Minkowski (véase la figura 1.2). En otras palabras, la hipérbola es el conjunto de todas las posibles posiciones finales que podéis alcanzar tras una hora exacta de vuestro propio tiempo de viaje. Una posible posición final es el mismo Empalme de Princeton, exactamente a la una de la tarde según el tiempo del Empalme de Princeton. La forma de llegar allí tras una hora es que seas lo bastante tonto como para pasar una hora en un tren que no se mueve en absoluto. En esa situación, por supuesto, es

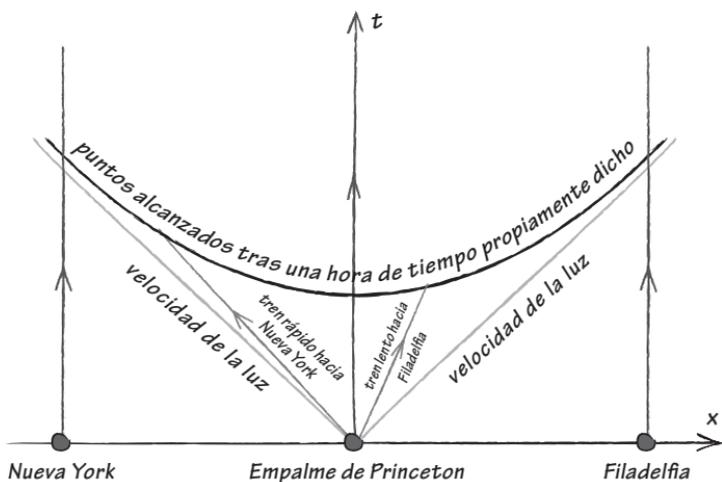


Figura 1.2. Los trenes desde el Empalme de Princeton. La curva que comprende los puntos que se alcanzan tras una hora de tiempo propiamente dicho es una hipérbola.

la una de la tarde en tiempo del Empalme de Princeton cuando *llegas*, porque tu marco de referencia es el mismo que el de la estación, de modo que tu reloj va exactamente sincronizado con el tiempo de la estación. Pero, si montas en un tren que realmente va a algún sitio, tu reloj corre más lento que el tiempo de la estación, de modo que cuando te bajas tras una hora del tiempo de viaje que percibes, el reloj de la estación marca en realidad un tiempo más tardío del que tú piensas que debería ser. Este efecto «más tardío del que tú piensas», conocido como dilatación del tiempo, se registra en el espacio-tiempo de Minkowski mediante la forma en que la hipérbola se curva hacia arriba (en la dirección del tiempo) según viajas a posiciones cada vez más lejanas de tu punto de partida.¹

El espacio-tiempo de Minkowski se llama a veces geometría hiperbólica, en referencia al tipo exacto de hipérbola que hemos discutido.

En el espacio-tiempo de Minkowski, visualizamos la velocidad constante de la luz dibujando rayos de luz a un ángulo exacto de 45° respecto al eje vertical del tiempo. Date cuenta de que la hipérbola de los posibles puntos de llegada para cualquier viaje en tren de una hora está totalmente incluida en la región de espacio-tiempo que queda entre los dos rayos de luz que emanan del origen. Esta es la manera en que el espacio-tiempo de Minkowski codifica la afirmación de que ninguno de nuestros trenes puede ir más deprisa que la luz.

Puede parecer que nuestro tratamiento de la dilatación del tiempo no tiene mucho que ver con las transfor-

1. El efecto *más tardío de lo que piensas* para un viaje en tren normal de Princeton a Nueva York no es más que de una cien mil millonésima de segundo. Así que la dilatación temporal no va a hacer que llegues tarde a trabajar.

maciones de Lorentz. Pero sí que tiene. Para verlo, volvamos a llamar marco A al marco de referencia del tren, y marco B al marco de referencia de la Tierra. Supongamos que Alice pasa una hora en el marco A mientras va del Empalme de Princeton a Nueva York. Entretanto, Bob y sus amigos permanecen estacionarios respecto a la Tierra. ¿Cómo deberían calcular Bob y sus amigos el tiempo de llegada de Alice? No resultaría muy útil que Alice les llamara al llegar, porque la señal que ella usaría solo podría viajar a la velocidad de la luz, y Bob y sus amigos tendrían que hacer un cálculo basado en la hora a la que reciben la llamada, la velocidad de la señal y la distancia a Nueva York para estimar cuándo ha llegado Alice. Todo eso suena demasiado complicado. Así que Bob imagina una manera mejor de hacerlo. Sincroniza su reloj con el de uno de sus amigos, digamos Bill, y luego Bob y Bill se apostan en las estaciones del Empalme de Princeton y Nueva York, respectivamente. Bob mide la hora en que Alice sale, y Bill mide cuándo Alice llega. No se requiere ningún teléfono. Puede parecer dificultoso sincronizar los relojes de manera fiable entre observadores distantes, pero una buena estrategia sería que tanto Bob como Bill partieran desde el punto medio entre el Empalme de Princeton y Nueva York, sincronizaran sus relojes cuando aún estuvieran juntos y luego caminaran a velocidades idénticas hasta sus respectivas estaciones, todo ello mucho antes de que Alice tomara su tren.

En todo este relato sobre el viaje en tren de Alice, el marco A está claramente privilegiado, porque Alice no necesita a ningún amigo para calcular la duración de su viaje, mientras que Bob y Bill tienen que cooperar para hacer sus medidas del tiempo. El intervalo de tiempo que mide Alice se llama tiempo propiamente dicho porque ella lo mide mientras permanece en una localización fija

en su marco de referencia (el marco A). El intervalo de tiempo que miden Bob y Bill es tiempo dilatado, que siempre debe ser mayor que el tiempo propiamente dicho. El tiempo dilatado forma parte de la manera en que se relacionan las perspectivas A y B del espacio-tiempo. La transformación de Lorentz entre el marco A y el marco B contiene la dilatación del tiempo, entre otras cosas.

Se puede utilizar un tratamiento similar para describir la contracción del espacio. En vez de un viaje en tren, imaginemos que Bob, Bill y Alice van a los Juegos Olímpicos, donde Alice espera batir el récord de salto de pértiga. Su secreto es que puede correr muy deprisa, al 87% de la velocidad de la luz. (Por alguna razón, Alice deja los cien metros lisos para Usain Bolt, pese a que ella podría hacerlos en 0,4 microsegundos.) Alice elige una pértiga de 6 metros; es más larga que la que usan la mayoría de los saltadores, pero después de todo Alice es una chica excepcional. Bob y Bill no pueden creerse que Alice esté usando una pértiga tan larga, así que deciden medirla mientras Alice hace su carrera para el salto, agarrando la pértiga perfectamente horizontal. Está claro que Bob y Bill se enfrentan a un trabajo duro. ¿Cómo pueden hacer esa medida, realmente? Esto es lo que se les ocurre. Primero, sincronizan sus relojes. Luego se apostan a unos metros de distancia (menos de 6 metros) uno del otro, y acuerdan que, exactamente al mismo tiempo, van a mirar delante y a anotar qué parte de la pértiga ven. Después de muchos intentos, consiguen organizarse de modo que Bob vea la cola de la pértiga mientras Bill ve la punta frontal. Entonces miden a qué distancia están uno del otro. La respuesta es que están a solo tres metros uno del otro. Concluyen, razonablemente, que la pértiga de Alice mide 3 metros. Se acercan a Alice y le explican lo que han descubierto. Ella se queja de que no pueden haberlo hecho bien, así

que recluta a sus dos amigos, Allan y Avery, que corren con ella (parece ser que también son muy buenos corredores) y miden la pértiga en el marco de referencia de ella. La respuesta que hallan es que la pértiga tiene 6 metros de larga.

De nuevo, el marco A es el privilegiado en este tratamiento, porque es el marco en el que la pértiga de Alice permanece estacionaria. La longitud de la pértiga, medida en el marco A, se llama longitud propiamente dicha. Medida en el marco B siempre es más corta, y se llama longitud contraída. La dilatación del tiempo y la contracción de la longitud están estrechamente vinculadas, como podemos apreciar en nuestro ejemplo si consideramos lo que Alice diría de su experiencia mientras corre hacia el listón. Según ella mide en su marco de referencia, llegar al listón le lleva solo la mitad de tiempo del que habrían medido Bob y Bill mediante el protocolo que vimos antes en el contexto del viaje en tren de Alice a Nueva York. La dilatación del tiempo, por tanto, implica un factor dos para la carrera de Alice al 87% de la velocidad de la luz: los observadores del marco A dicen que la pértiga tiene 6 metros, y los observadores del marco B dicen que tiene 3. Generalizando, la dilatación del tiempo y la contracción de la longitud siempre implican el mismo factor, llamado a veces el factor de Lorentz.

Parece haber una desconexión entre nuestro tratamiento de la relatividad especial, que se centra en la geometría del espacio-tiempo, y la famosa ecuación $E = mc^2$. Vamos a intentar salvar esa desconexión considerando una derivación parcial de $E = mc^2$ en que los pasos más importantes se pueden ilustrar de manera geométrica. Nuestro argumento es solo una derivación parcial porque implica algunas aproximaciones y otro par de fórmulas que no vamos a justificar aquí.

El primer paso es expresar en una ecuación qué es realmente la masa. La mejor ecuación que podemos usar es $p = mv$, donde p es la cantidad de movimiento (también llamada momento lineal, o moméntum) y v es la velocidad de un cuerpo masivo que se mueve lentamente y cuya masa es m . La relación $p = mv$ viene directamente de la mecánica newtoniana, y podemos utilizarla siempre que v sea muy inferior a la velocidad de la luz. El siguiente paso es relacionar la energía con algo. Aquí vamos a tener que aceptar como un acto de fe otro resultado, en este caso del electromagnetismo: el momento p de un pulso de luz se relaciona con su energía E mediante la ecuación $p = E/c$. Como ya sabemos, los pulsos de luz tienen la peculiaridad de que se mueven a una velocidad fija en cualquier marco de referencia. Esto es muy distinto a la forma en que se comportan los objetos masivos. En un marco de referencia dado, los objetos masivos pueden estar quietos, o pueden moverse a una velocidad v que —según la relatividad especial— debe siempre ser menor que la velocidad de la luz.

Ahora conocemos la cantidad de movimiento de un objeto masivo ($p = mv$) y la cantidad de movimiento de un pulso de luz ($p = E/c$). Pero no podemos igualar esos dos momentos, porque los objetos masivos ¡son distintos de los pulsos de luz! En vez de eso, lo que tenemos que hacer es imaginar cómo construir un objeto masivo a partir de pulsos de luz. Solo entonces podremos usar nuestras ecuaciones de la cantidad de movimiento para inferir $E = mc^2$.

La idea crucial es la siguiente. Pongamos dos espejos de reflexión perfecta exactamente uno en frente del otro, y hagamos que dos pulsos de luz idénticos reboten una y otra vez entre los espejos de tal forma que siempre viajen en direcciones opuestas. Proponemos que este montaje

es, en efecto, un cuerpo masivo. Supongamos que los espejos son muy ligeros, tan ligeros que podemos ignorarlos en los cálculos de la masa y la energía. Entonces, la energía de nuestro cuerpo masivo es el doble de la energía de uno de los dos pulsos de luz. Su cantidad de movimiento es exactamente cero, porque un pulso de luz tiene cantidad de movimiento hacia arriba en el mismo instante en que el otro la tiene hacia abajo, y esas cantidades de movimiento hacia arriba y hacia abajo se cancelan mutuamente. Se cancelan porque el cuerpo en su conjunto no tiene movimiento hacia ningún lado; solo se mueven sus partes.

Para llegar al argumento correcto que conduce a $E = mc^2$, lo que necesitamos es persuadir a todo nuestro artillero de que se ponga en movimiento. Simplifiquemos la discusión registrando el movimiento de uno solo de los dos pulsos de luz. Si registráramos ambos, obtendríamos simplemente el doble de energía y el doble de masa. Centrarnos en un solo pulso también simplificará nuestro tratamiento, que hace que el movimiento del artillero sea lateral respecto al movimiento original arriba y abajo del pulso de luz que estamos registrando. Una vez que tenemos ambos movimientos en funcionamiento, el pulso de luz ya no viaja solo arriba y abajo. También se desplaza un poco de manera lateral. Y aquí es donde hace su entrada la geometría. El movimiento lateral del pulso de luz tiene una velocidad v , mientras que su movimiento arriba y abajo tiene una velocidad c . (En realidad, su movimiento arriba y abajo es un poco más lento que c , porque la velocidad *total* del pulso de luz es c ; para la exactitud que necesitamos aquí, podemos ignorar este detalle.) Otra forma de expresarlo es que una fracción (v/c) del movimiento del pulso de luz ocurre lateralmente. Así que parece razonable postular que la cantidad de movimiento

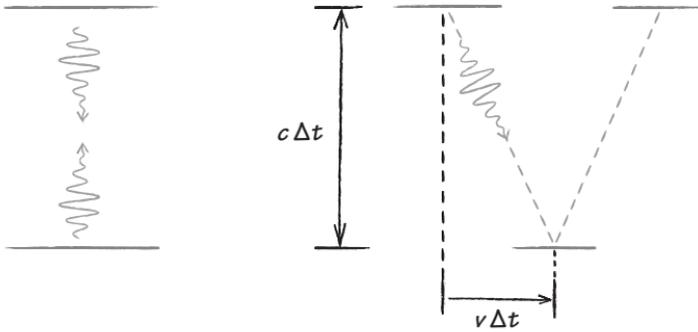


Figura 1.3. Izquierda: dos pulsos de luz idénticos viajan arriba y abajo entre dos espejos. Derecha: los espejos se mueven hacia la derecha con una velocidad v . En el tiempo Δt que le lleva a uno de los pulsos de luz llegar de un espejo al otro, el pulso de luz viaja una distancia aproximada $c\Delta t$ hacia abajo o hacia arriba, y una distancia $v\Delta t$ lateralmente.

lateral $p_{lateral}$ del fotón es una fracción v/c de su momento total $p = E/c$. Es decir, $p_{lateral} = Ev/c^2$. Ahora afirmamos que $p_{lateral} = mv$, lo que tiene sentido, puesto que $p_{lateral}$ es la cantidad de movimiento lateral del artificio completo (si registramos solo uno de los pulsos), y estamos pensando que el artificio es un cuerpo masivo. Si ahora combinamos las dos maneras de escribir $p_{lateral}$, obtenemos $Ev/c^2 = mv$. Eliminando v a los dos lados, obtenemos —redoble de tambor— ¡ $E = mc^2$!

Se podría objetar que nuestro artificio de luz y espejos es muy diferente de los objetos masivos de la experiencia diaria. Pero no es cierto, realmente. Los protones y los neutrones constituyen la mayor parte de la masa de cualquier material cotidiano, y pueden entenderse aproximadamente como pequeñas regiones del espacio-tiempo en las que tres cuarks sin apenas masa están rebotando a una velocidad cercana a la de la luz. Si esto fuera todo, la masa del protón provendría enteramente del movimiento de sus

cuarks constituyentes, al igual que la masa del artilugio de luz y espejos vendría de los pulsos de luz. Pero la verdad es que eso no es todo: los cuarks interactúan con fuerza entre ellos, y esas interacciones también contribuyen de manera significativa a la energía total del protón, y por tanto a su masa total. Pese a todo, el origen esencial de la mayoría de la masa de la materia cotidiana tiene más que ver con nuestro análisis del artilugio de luz y espejos que con ninguna masa intrínseca de los constituyentes fundamentales de la materia.

Cuanto más avanzamos con la relatividad especial, más claro queda que la teoría del electromagnetismo de Maxwell es un precursor esencial de ella. Más aún, ¡es en muchos sentidos un precursor de la relatividad general! Acabemos este capítulo con una visita guiada por los puntos culminantes de la asombrosa teoría de Maxwell.

Antes de que el electromagnetismo se desarrollara correctamente, la gente entendía la atracción entre cargas positivas y negativas como algo parecido a lo que Newton entendía por atracción gravitatoria entre la Tierra y el Sol. Dicho mal y pronto, en realidad no comprendían ninguna de las dos. Newton sabía que no lo entendía. Acerca de su cruzada para discernir el origen de la atracción gravitatoria, dejó escrito: «Hasta ahora no he podido descubrir de forma empírica la razón de estas propiedades de la gravedad, y no voy a simular ninguna hipótesis». (Esto es una traducción aproximada del original en latín de Newton.) Newton, por supuesto, tenía una ley cuantitativa de enorme utilidad, que describía la fuerza del tirón gravitatorio. En concreto, sabía que la atracción gravitatoria se debilitaba como el inverso del cuadrado de la distancia entre los cuerpos masivos. La fuerza atractiva entre cargas positivas y negativas sigue una pauta similar, proporcional al inverso del cuadrado de la distancia. Pero tanto

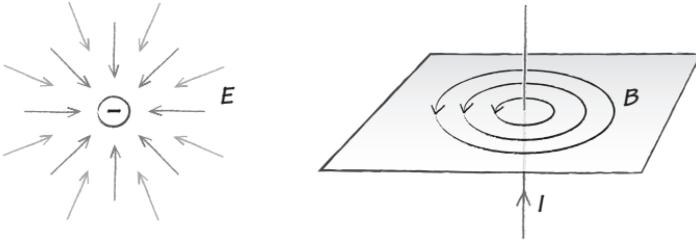


Figura 1.4. Izquierda: el campo eléctrico E cerca de una carga negativa apunta en todas partes hacia dentro. Derecha: un cable que lleva una corriente I crea un campo magnético B que circula alrededor de él.

Newton como sus muchos sucesores se sentían incómodos con el mero hecho de que existiera cualquier fuerza que actuara a distancia. Dicho de otro modo, resulta raro que una fuerza que actúa sobre un objeto venga causada por la existencia de otro objeto muy lejano. Michael Faraday abanderó la resolución moderna de ese enigma. Según sus ideas, un objeto cargado crea campos eléctricos y responde también a ellos, y esos campos se propagan por el espacio según las cuatro ecuaciones cuya forma final descubrió finalmente Maxwell.

En el esquema de Faraday, las cargas negativas *no* atraen directamente a las positivas. Lo que ocurre es que una carga negativa orienta el campo eléctrico circundante de modo que apunte directamente hacia ella. El campo eléctrico tira a su vez de una carga positiva que está a cierta distancia de la negativa, y el resultado neto es que la carga positiva se ve arrastrada hacia la carga negativa. También podemos decir que la carga positiva orienta el campo eléctrico circundante para que apunte directamente en dirección contraria a ella, y el campo eléctrico ejerce a su vez un tirón sobre la carga negativa. Ambos efectos ocurren a la vez. Si lo único que vemos son las cargas,

concluiremos (correctamente) que sienten fuerzas iguales y opuestas que las mueven a juntarse. Lo importante de la idea de Faraday es que esas fuerzas solo surgen a través de la acción del campo eléctrico, que tiene una existencia independiente de cualquier carga que lo haya generado.

Similares argumentos sirven también para las fuerzas magnéticas y los campos magnéticos. Sin entrar en detalles, las cargas eléctricas en movimiento crean, y responden a, los campos magnéticos, que se propagan por el espacio de la forma que dictan las ecuaciones de Maxwell. Un ejemplo de especial importancia son los campos magnéticos que se forman alrededor de un cable con corriente eléctrica. La corriente eléctrica es el movimiento de cargas microscópicas dentro del cable, así que esto no es más que un caso particular de la regla general de que las cargas en movimiento generan campos magnéticos.

Al igual que ocurre con los campos eléctricos, se supone que los campos magnéticos tienen algún tipo de existencia independiente de la configuración concreta de cargas en movimiento que los producen. Para entender lo que queremos decir con esto, consideremos un montaje usado por Maxwell durante el desarrollo de la forma final del electromagnetismo. Pongamos dos placas metálicas paralelas que no se tocan y soldemos un cable a cada una. Este sistema se conoce como un condensador. Hagamos que una corriente eléctrica fluya hacia una placa alejándose de la otra. Este flujo causa un incremento de carga positiva en una placa (en realidad, una deficiencia creciente de electrones) y un incremento igual de carga negativa en la otra placa (una superabundancia de electrones). Como consecuencia del cada vez mayor desequilibrio de carga en las placas, se produce entre ellas un campo eléctrico creciente. Ese campo eléctrico fluye de la placa cargada positivamente hacia la placa cargada negativa-

mente, y a medida que las cargas de las placas crecen en magnitud, otro tanto ocurre con la magnitud del campo eléctrico.

Ya sabemos que un campo magnético se genera alrededor de un cable que lleva corriente. En nuestro caso, un campo magnético se genera alrededor de los cables que llevan la corriente al condensador. Pero ninguna corriente fluye de una placa a la otra, y a un observador descuidado le parecería por tanto que no habría que esperar ningún campo magnético entre las placas. Para Maxwell, esto no se conciliaba muy bien con lo que entendía de los condensadores, y entonces propuso una solución asombrosa: que un campo eléctrico creciente genera un campo magnético circulante del mismo modo en que lo hace una corriente. Esta idea es un paso importante desde la noción original de que las cargas producen campos y responden a ellos, porque ahora podemos ver que los campos producen campos.

En realidad, ya se comprendía antes (por Faraday) que un campo magnético creciente genera un campo eléctrico circulante; este es, esencialmente, el principio en que se basan los generadores eléctricos. Dos de las cuatro ecuaciones de Maxwell formalizan esas dos relaciones recíprocas entre los campos eléctricos y magnéticos. Las otras dos ecuaciones son más simples, y afirman que los campos magnéticos no tienen fuentes ni sumideros, y que las únicas fuentes y sumideros del campo eléctrico son las cargas eléctricas positivas y negativas. Todas las ecuaciones de Maxwell son ecuaciones diferenciales, lo que significa que se basan en la tasa de cambio de los campos eléctricos y magnéticos en el tiempo, además de la forma en que estos campos varían en el espacio. Las ecuaciones diferenciales dependen del modo en que se comportan los campos en una pequeñísima vecindad del espacio-tiempo.

No hay acción a distancia en las ecuaciones de Maxwell. Todo ocurre localmente, en términos de cómo los campos vecinos empujan y tiran uno de otro.

El mayor triunfo de Maxwell fue mostrar que sus ecuaciones implicaban la existencia de la luz. La luz, según Maxwell la entendía, es una combinación de campos eléctricos y magnéticos fluctuantes, donde la variación espacial del campo eléctrico causa la variación temporal del campo magnético y viceversa. Las constantes físicas incluidas en las ecuaciones de Maxwell describen la fuerza de las interacciones electrostáticas y magnéticas, pero cuando se combinan de manera correcta ofrecen una predicción numérica de la velocidad de la luz: una predicción que se puede verificar experimentalmente.

Si miramos adelante en este libro, queremos comprender dos conexiones esenciales entre el electromagnetismo y la relatividad general: ambas teorías implican el concepto de campo de Faraday, y ambas culminan en ecuaciones diferenciales para el comportamiento de unos campos que implican alguna forma de radiación. En el caso de la radiación electromagnética, los campos eléctricos engendran campos magnéticos y viceversa, en una cascada autosostenida a través del espacio-tiempo que se describe en las ecuaciones de Maxwell. Esta cascada tiene una longitud de onda característica, a través de la cual los campos eléctricos y magnéticos varían de cero a su valor máximo, vuelven por el cero hasta otro máximo, y otra vez a cero. La luz visible es un caso especial en que la longitud de onda mide más o menos media micra (o media milésima de milímetro). Las longitudes de onda más largas conducen a la luz infrarroja, las microondas y las ondas de radio, mientras que las longitudes de onda más cortas dan lugar a la luz ultravioleta, los rayos X y los rayos gamma.

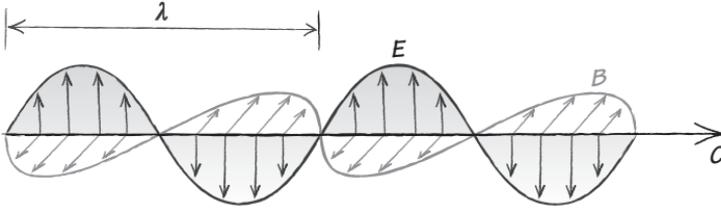


Figura 1.5. Un rayo de luz es una perturbación viajera de campos eléctricos E y campos magnéticos B , todos moviéndose en la misma dirección a la velocidad de la luz c . Si interpretamos que el dibujo es a escala, la longitud de onda λ que se muestra es de varios centímetros, que está en el rango de las microondas, un poco más corta que las longitudes de onda que hallamos dentro de un horno de microondas típico.

Einstein descubrió las análogas gravitatorias de las ecuaciones de Maxwell, y esas son el principal contenido de la teoría general de la relatividad. En las ecuaciones de Einstein, los campos son más extraños que los campos eléctricos y magnéticos: sorprendentemente, son la curvatura del propio espacio-tiempo. Otra gran sorpresa es que la relatividad general puede describir los objetos masivos en términos de pura geometría. Esto difiere mucho del electromagnetismo, donde las cargas siguen siendo fundamentales todo el tiempo. Esos objetos masivos puramente geométricos son los agujeros negros.