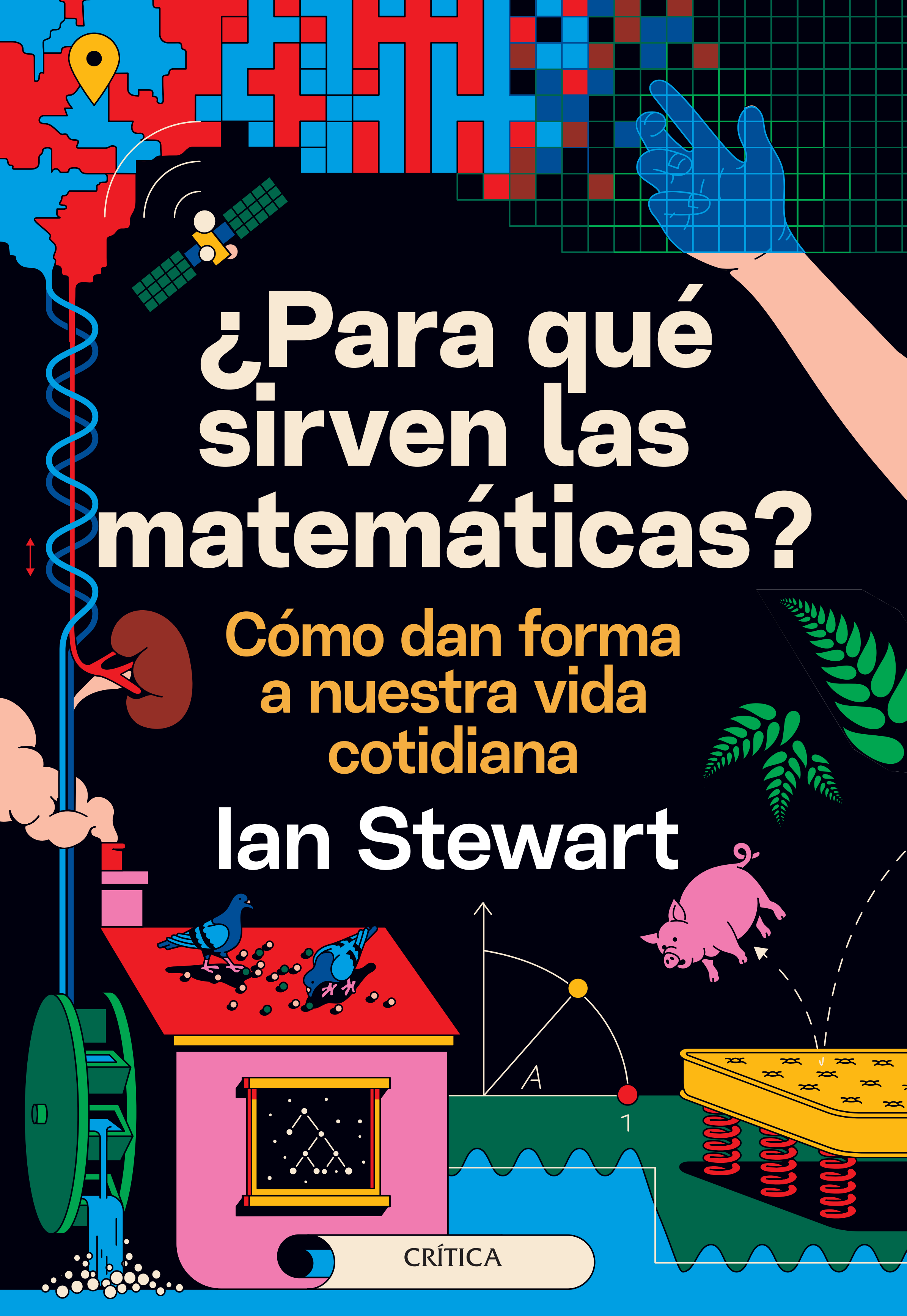
¿Para qué sirven las matemáticas?

Cómo dan forma a nuestra vida cotidiana

Ian Stewart



CRÍTICA

¿PARA QUÉ SIRVEN LAS MATEMÁTICAS?

Cómo dan forma a nuestra vida cotidiana

Ian Stewart

Traducción castellana de Miguel A. Pérez

CRÍTICA
BARCELONA

Primera edición: marzo de 2022

¿Para qué sirven las matemáticas? Cómo dan forma a nuestra vida cotidiana
Ian Stewart

Título original: *What's The Use? The Unreasonable Effectiveness of Mathematics*

Av. Diagonal, 662-664, 08034 Barcelona (España)
Crítica es un sello editorial de Editorial Planeta, S. A.

editorial@ed-critica.es
www.ed-critica.es

ISBN: 978-84-9199-388-9
Depósito legal: B. 1.936-2022
2022. Impreso y encuadernado en España por Huertas Industrias Gráficas S. A.

PEFC
PEFC/14-38-00305
Certificado PEFC
Este libro procede de bosques gestionados de forma sostenible y fuentes controladas
www.pefc.es

Índice

1

Irrazonable eficacia

> El milagro de la idoneidad del lenguaje de las matemáticas para la formulación de las leyes de la física es un regalo maravilloso que ni comprendemos ni merecemos. Deberíamos estar agradecidos por ello y esperar que siga siendo válido en la investigación futura y que se extienda, para bien o para mal, para nuestro placer o incluso para nuestra confusión, a ramas más amplias del saber.
>
> EUGENE WIGNER,
> «La irrazonable eficacia de la matemática
> en las ciencias naturales»

¿Para qué sirven las matemáticas?

¿Qué hacen por *nosotros*, en nuestra vida cotidiana?

Poco tiempo ha, estas preguntas tenían respuestas sencillas. El ciudadano de a pie empleaba la aritmética básica en todo momento, aunque solo fuese para comprobar el recibo de la compra. Los carpinteros tenían que saber geometría elemental. Agrimensores y navegantes necesitaban también la trigonometría. La ingeniería exigía dominar el cálculo.

Hoy en día, las cosas han cambiado. La caja del supermercado calcula el importe total del recibo, resta las ofertas del día y añade el IVA. Oímos los pitidos cuando el láser escanea los códigos de barras y, mientras el sonido coincida con el paso de los productos, asumimos que los chismes electrónicos saben lo que hacen. Muchas profesiones dependen todavía de un conocimiento matemático amplio, pero incluso en estos casos, la mayor parte de los cálculos se confían a aparatos electrónicos con algoritmos incorporados.

Mi disciplina brilla por su ausencia. Ni siquiera hay un toro al que agarrar por los cuernos.

Sería fácil llegar a la conclusión de que las matemáticas se han quedado anticuadas y obsoletas, pero sería una idea equivocada. Sin ellas, el mundo actual se vendría abajo. Para demostrarlo, voy a traer a colación sus aplicaciones en política, en derecho, en los trasplantes de riñón, en las rutas de reparto de los supermercados, en la seguridad en internet, en los efectos especiales de las películas y en la fabricación de muelles. Veremos el papel esencial que desempeñan en los escáneres médicos, en la fotografía digital, en la banda ancha por fibra óptica y en la navegación por satélite. También, cómo nos ayudan a predecir los efectos del cambio climático o cómo pueden protegernos frente a terroristas y *hackers* informáticos.

Cabe destacar que muchas de estas aplicaciones dependen de unas matemáticas que surgieron por motivos completamente ajenos a ellas, a menudo solo por el simple atractivo que tiene dejarse llevar por el propio instinto. Mientras me documentaba para este libro, me sorprendí, en repetidas ocasiones, al encontrarme con usos de mi disciplina cuya existencia ni siquiera había imaginado. A menudo, sacaban partido a aspectos que yo no esperaba que tuviesen aplicaciones prácticas, como las curvas que recubren un espacio, los cuaterniones y la topología.

Las matemáticas son un sistema ilimitado de ideas y métodos de una creatividad inmensa. Yacen inmediatamente bajo la superficie de las tecnologías revolucionarias que han hecho que el siglo XXI sea diferente por completo a cualquier época anterior: videojuegos, viajes aéreos internacionales, comunicaciones por satélite, ordenadores, internet o teléfonos móviles.[1] Si se rasca un IPhone, se verá el brillante reflejo de las matemáticas.

Por favor, que nadie lo tome al pie de la letra.

*

Hay una tendencia a asumir que los ordenadores, con sus habilidades casi milagrosas, han dejado obsoletos a los matemáticos, incluso a la disciplina en sí misma. Sin embargo, no pueden sustituir a la persona, del mismo modo que los microscopios no reemplazaron a los biólogos. Los ordenadores han cambiado la manera en que *hacemos* matemáticas, sobre todo al liberarnos de las partes aburridas. Nos permiten disponer de más tiempo para pensar, nos ayudan a encontrar patrones y nos aportan una herramienta potente y novedosa para hacer avanzar la disciplina de manera más rápida y eficaz.

De hecho, un motivo importante por el que las matemáticas se han hecho todavía más esenciales es la omnipresencia de ordenadores baratos y potentes. Su proliferación ha creado nuevas oportunidades para aplicar la disciplina a problemas del mundo real. Métodos que hasta la fecha eran impracticables, debido a los muchos cálculos que exigían, son ahora rutinarios. Los más grandes matemáticos de la época del papel y el lápiz se habrían llevado las manos a la cabeza, desesperados ante cualquier método que necesitase mil millones de operaciones. Sin embargo, tales métodos se emplean hoy en día de manera rutinaria porque disponemos de una tecnología que puede echar las cuentas en una fracción de segundo.

Hace mucho que los matemáticos se encuentran a la vanguardia de la revolución informática. Junto con muchas otras profesiones, añado presuroso. Piénsese en George Boole, el pionero de la lógica simbólica que constituye la base de la arquitectura de ordenadores actual. Piénsese en Alan Turing y en su universal máquina de Turing, un sistema matemático que puede calcular todo lo calculable. Piénsese en Muhamad al Juarismi, cuyo texto de álgebra del año 820 d. C. enfatizaba la importancia de los procedimientos de cálculo sistemáticos que ahora llevan su nombre: *algoritmos*.

La mayor parte de los algoritmos que otorgan a los ordenadores sus impresionantes habilidades tienen una firme base matemática. Muchas de las técnicas involucradas se han tomado ya listas para su empleo del arsenal existente de ideas matemáticas, tales como PageRank, el algoritmo de Google que cuantifica la importancia de las páginas web y que ha dado lugar a una industria que genera miles de millones de dólares. Incluso los algoritmos de aprendizaje profundo más vistosos de la inteligencia artificial emplean conceptos matemáticos consagrados, tales como matrices y grafos ponderados. Una tarea tan prosaica como buscar una serie concreta de letras en un documento implica, por lo menos en un método muy común, un dispositivo matemático denominado autómata finito.

La participación de las matemáticas en estos fascinantes desarrollos tiende a pasarse por alto. Así que la próxima vez que los medios de comunicación saquen a escena alguna nueva y milagrosa capacidad de los ordenadores, habrá que tener en cuenta que esta lleva un montón de matemáticas escondidas bajo el brazo *y* también de ingeniería, física, química y psicología. Sin el apoyo de este elenco oculto de secundarios, la superestrella digital no sería capaz de lucir sus trucos en público.

*

Es fácil subestimar la importancia de las matemáticas en el mundo moderno porque casi toda su intervención se desarrolla entre bambalinas. Si alguien se pasea por cualquier calle de una ciudad, se verá abrumado por letreros que proclaman la relevancia cotidiana de bancos, fruterías, supermercados, tiendas de ropa, talleres de coches, despachos de abogados, restaurantes de comida rápida, anticuarios, organizaciones benéficas y otro millar más de actividades y profesiones. Sin embargo, no verá ninguna placa en un portal que anuncie la presencia de un consultor matemático. Ni se venden latas de matemáticas en el supermercado.

No obstante, basta escarbar un poco bajo la superficie para que la relevancia de la disciplina salga enseguida a la luz. Las ecuaciones matemáticas de la aerodinámica son fundamentales para el diseño de aeronaves. La navegación depende de la trigonometría. Es cierto que la manera en que se emplea hoy en día es diferente a como lo hacía Cristóbal Colón porque cobra la forma de dispositivos electrónicos, en vez de papel, lápiz y tablas de navegación, pero los principios subyacentes son los mismos. El desarrollo de nuevos fármacos se basa en la estadística para garantizar que son seguros y eficaces. Las comunicaciones por satélite requieren una profunda comprensión de la dinámica orbital. El pronóstico del tiempo exige resolver las ecuaciones del movimiento de la atmósfera, de la humedad que contiene, de lo caliente o fría que está y de cómo interactúan todos estos factores. Hay miles de ejemplos más. La implicación de las matemáticas pasa desapercibida porque no es necesario conocerla para beneficiarse de sus resultados.

¿Qué es lo que hace que las matemáticas sean tan útiles en una variedad tan amplia de actividades humanas?

No es una pregunta novedosa. En 1959, el físico Eugene Wigner pronunció una célebre conferencia en la Universidad de Nueva York[2] bajo el título de «La irrazonable eficacia de las matemáticas en las ciencias naturales». Se centró en la ciencia, pero podría haber defendido el mismo argumento en la agricultura, la medicina, la política, el deporte... lo que sea. El propio Wigner albergaba la esperanza de que esta eficacia se hiciese extensible a «ramas más amplias del saber». Así ha sido, sin duda.

La palabra fundamental en su título destaca por lo sorprendente: *irrazonable*. La mayoría de los usos de las matemáticas son completamente razonables, una vez que se descubren los métodos implicados en la resolución de un problema importante o en la invención de un aparato útil. Por ejemplo, es del todo razonable que los ingenieros utilicen las ecuaciones de la aerodinámica para diseñar una aeronave. Al fin y al cabo, esta disciplina se creó para eso. Una buena parte de las matemáticas que se emplean para pronosticar el tiempo surgieron con ese propósito en mente. La estadística nació a partir del descubrimiento de patrones de gran escala en datos acerca del comportamiento humano. La cantidad de matemáticas que hacen falta para diseñar gafas con lentes bifocales es enorme, si bien la mayoría se desarrollaron con la óptica como objetivo.

La capacidad de las matemáticas para resolver problemas importantes se vuelve irrazonable, en el sentido que le da Wigner a este término, cuando no existe una relación como esta entre los motivos originales para el desarrollo del área y su aplicación concreta. Wigner arrancaba su conferencia con una anécdota, que voy a parafrasear y a adornar un poco.

Dos antiguos compañeros de clase se encontraron un día. El primero, un estadístico que analizaba tendencias en la población, le mostró al otro uno de sus artículos científicos, que empezaba con una fórmula común en estadística: la distribución normal o «curva de campana».[3] Le explicó varios símbolos (este se refiere al tamaño de la población, ese otro es un promedio de la muestra) y la forma en que se podía emplear la fórmula para deducir el tamaño de la población sin tener que contar a todo el mundo. Su compañero de clase pensó que bromeaba, pero no estaba seguro del todo, así que le preguntó por otros símbolos. Al final, llegó a uno que tenía este aspecto: π.

—¿Ese cuál es? Me recuerda a algo.

—Sí, ese es *pi*, la proporción que guarda la longitud de la circunferencia con su diámetro.

—Ya sabía yo que me estabas tomando el pelo —dijo el amigo—. ¿Qué demonios tendrá que ver un círculo con el tamaño de la población?

Lo primero que hay que decir acerca de esta anécdota es que el escepticismo del amigo es del todo razonable. El sentido común dice que dos conceptos tan dispares no pueden tener relación alguna. ¡Por el amor de Dios, uno está sacado de la geometría, el otro se refiere a seres humanos! Lo segundo es que, a pesar del sentido común, esa relación existe. La curva de campana viene dada por una fórmula que resulta que incluye el número π. Y no se trata solo de una aproximación práctica. El número exacto es de verdad el archiconocido π. No obstante, el motivo por el que aparece en el contexto de la curva de campana no tiene nada de intuitivo, ni siquiera para los matemáticos. Se necesita cálculo avanzado para saber de dónde sale, por no hablar del *por qué*.

Permítanme contar otra anécdota sobre π. Hace algunos años, reformamos el baño de la planta de abajo. Spencer, un albañil de versatilidad pasmosa que vino a poner los azulejos, se enteró de que escribo libros divulgativos sobre matemáticas.

—Pues tengo un problema de mates para usted —dijo—. Tengo que cubrir con baldosas un suelo circular y necesito conocer su área para saber cuántas me van a hacer falta. Había una fórmula que nos enseñaron en el cole...

—π *r* al cuadrado —contesté.

—¡Esa! —Le acababa de recordar cómo usarla.

Se fue tan contento, con la respuesta a su problema de baldosas, una copia firmada de uno de mis libros y habiendo descubierto que las matemáticas que había aprendido en el colegio, al contrario de lo que había creído durante muchos años, resultaban útiles en su profesión actual.

La diferencia entre las dos anécdotas es evidente. En la segunda, π aparece porque se introdujo desde el primer momento para resolver exactamente ese tipo de problema. Es un ejemplo sencillo y directo de la eficacia de las matemáticas. En la primera anécdota también aparece π y resuelve el problema, pero su presencia es sorprendente. Es un ejemplo de eficacia *irrazonable*, de una aplicación de una noción matemática a un área ajena por completo a sus orígenes.

*

En *¿Para qué sirven las matemáticas?* no diré mucho más acerca de los usos razonables de mi disciplina. Son valiosos, interesantes y forman parte del panorama matemático tanto como cualquier otro aspecto. Son igual de importantes, aunque no nos hagan saltar de la silla ni proferir exclamaciones de asombro. También pueden llevar a los mandamases a pensar, de manera errónea, que el único modo de hacer que avance la disciplina es determinar los problemas y luego pedir a los matemáticos que ingenien formas de resolverlos. Desde luego, no hay nada malo en este tipo de investigación dirigida a conseguir logros concretos, pero es como pelear con una mano atada a la espalda. La historia ha demostrado en repetidas ocasiones el valor del segundo puño: el impresionante alcance de la imaginación humana. Lo que otorga a las matemáticas su potencia es la *combinación* de estos dos modos de pensar. Cada uno complementa al otro.

Por ejemplo, en 1736, el gran matemático Leonhard Euler dirigió su atención a un pequeño y curioso rompecabezas acerca de unos paseantes que cruzan puentes. Sabía que era interesante porque parecía exigir un nuevo tipo de geometría que abandonase las nociones habituales de longitud y ángulo. Pero en modo alguno podía prever que la disciplina a la que dio origen con su solución ayudaría, en el siglo XXI, a más pacientes a recibir los trasplantes de riñón necesarios para salvar su vida. Para empezar, este tipo de intervenciones habría parecido pura fantasía en esa época. Pero incluso de no haber sido así, cualquier relación con el rompecabezas se habría considerado ridícula.

¿Y quién podría haberse imaginado siquiera que el descubrimiento de curvas que recubren un espacio (aquellas que atraviesan *todos* los puntos de una superficie cuadrada) podría ayudar al servicio de comidas a domicilio para personas dependientes a planificar sus rutas de reparto? Desde luego, no los matemáticos que estudiaron estas cuestiones en la década de 1890. Estos estaban interesados en definir conceptos poco intuitivos, como «continuidad» y «dimensión», y se encontraron con que tenían que explicar en primer lugar por qué ciertas creencias matemáticas muy arraigadas podían ser erróneas. Muchos de sus colegas acusaron al proyecto en su conjunto de estar mal planteado y de ser negativo. Con el tiempo, todo el mundo se dio cuenta de que no servía de nada enterrar la cabeza en la arena y asumir que los problemas acabarían por arreglarse, cuando de hecho no era así.

No son solo las matemáticas del pasado las que se emplean de este modo. Los métodos para los trasplantes de riñón dependen de muchos desarrollos modernos de la idea original de Euler, entre ellas potentes algoritmos de optimización combinatoria, que escogen la mejor opción de entre un enorme abanico de posibilidades. La miríada de técnicas matemáticas que se emplean en las películas de animación incluye muchas que datan de la década pasada o menos. Un ejemplo es el «espacio de la forma», un espacio de infinitas dimensiones de curvas que se consideran que son la misma si la única diferencia entre ellas es un cambio de coordenadas. Se utiliza para que las secuencias de animación parezcan más continuas y naturales. La homología persistente, otro desarrollo muy reciente, surgió porque los teóricos matemáticos querían calcular con el ordenador complicados invariantes topológicos que cuentan agujeros multidimensionales en formas geométricas. Resultó que su método también era una manera eficaz de garantizar que las redes de sensores proporcionan una cobertura completa cuando protegen edificios o bases militares frente a terroristas u otros malhechores. Algunos conceptos abstractos de la geometría algebraica («grafos de isogenias supersingulares») pueden hacer que las comunicaciones por internet sean seguras frente a los ordenadores cuánticos. Estos son tan novedosos que en este momento solo existen en versiones rudimentarias, pero podrían dar al traste con los sistemas de encriptación actuales si consiguen desarrollar su potencial.

Las matemáticas no solo dan sorpresas así en ocasiones excepcionales. Lo han convertido en costumbre. De hecho, por lo que respecta a muchos matemáticos, estos descubrimientos inesperados son sus aplicaciones más interesantes y la principal justificación para considerar que las matemáticas *son* una disciplina y no solo un cajón de sastre de trucos variados, uno para cada tipo de problema.

Wigner dijo a continuación que «la enorme utilidad de la matemática en las ciencias naturales es algo rayano en el misterio, y... no existe ninguna explicación racional para ello». Por supuesto, es verdad que en un principio las matemáticas surgieron a raíz de problemas en la ciencia. Pero a Wigner no le sorprendía la eficacia de la disciplina en las áreas para las que se había diseñado. Lo que le maravillaba era su efectividad en otros campos que no tenían relación aparente. El cálculo surgió a partir de la investigación de Isaac Newton del movimiento de los planetas, así que no es de extrañar que nos ayude a entender cómo se mueven estos. Sin embargo, *es* sorprendente que nos permita hacer estimaciones estadísticas de la población humana, como en la anécdota de Wigner, o que explique los cambios en las capturas de peces en el Adriático durante la primera guerra mundial,[4] que rija los precios de las acciones en el sector financiero, que ayude a los ingenieros a diseñar aviones de pasajeros o que sea imprescindible para las telecomunicaciones. Porque el cálculo no se inventó para ninguno de estos propósitos.

Wigner estaba en lo cierto. La forma que tienen las matemáticas de aparecer de manera repetida y sin previo aviso en las ciencias físicas y en la mayoría de las otras áreas de la actividad humana es un misterio. Una solución que se ha propuesto es que el universo está «hecho» de matemáticas y que los seres humanos nos limitamos a dejar al descubierto este componente fundamental. No voy a entrar a debatir esta explicación aquí, pero, de ser correcta, sustituye un misterio por otro todavía más profundo. ¿*Por qué* está hecho el universo de matemáticas?

*

En un nivel más pragmático, puede decirse que las matemáticas tienen varias características que contribuyen a su irrazonable eficacia, en el sentido que le daba Wigner a esta expresión. Estoy de acuerdo en que una de ellas es su estrecha vinculación con las ciencias naturales, que se traslada al mundo de los seres humanos en forma de tecnologías transformadoras. Muchas de las grandes innovaciones matemáticas han surgido, de hecho, a partir de investigaciones científicas. Otras características hunden sus raíces en preocupaciones muy humanas. Los números se desarrollaron a partir de la contabilidad básica (¿cuántas ovejas tengo?). Geometría *significa* «medición de la tierra» y estaba unida de manera inseparable a los impuestos sobre los campos y, en el antiguo Egipto, a la construcción de pirámides. La trigonometría surgió de la astronomía, de la navegación y de la cartografía.

Sin embargo, por sí solo esto no constituye una explicación satisfactoria. Muchas otras grandes innovaciones matemáticas *no* se han desarrollado a partir de investigaciones científicas ni de problemas humanos concretos. La motivación principal para descubrimientos/inventos tales como los números primos, los complejos, el álgebra abstracta o la topología, fueron la curiosidad humana y la intuición de un patrón. Esta es la segunda razón por la que las matemáticas son eficaces: quienes las practican las emplean para buscar patrones y para desentrañar la estructura subyacente. Persiguen la *belleza*, no en la forma, sino respecto a la lógica. Cuando Newton quiso comprender el movimiento de los planetas, encontró la solución al pensar como un matemático y buscar patrones ocultos enterrados en los datos astronómicos sin procesar. Entonces descubrió su ley de la gravitación universal.[5] Muchas de las ideas matemáticas más brillantes han carecido por completo de un motivo en el mundo real. Pierre de Fermat fue un abogado del siglo XVII que se dedicaba a las matemáticas como entretenimiento y que hizo descubrimientos fundamentales en teoría de números: patrones ocultos en el comportamiento de los números naturales ordinarios. Tuvieron que pasar tres siglos hasta que su trabajo en este campo encontró aplicaciones prácticas. Sin embargo, ahora mismo las transacciones comerciales que impulsa internet no serían posibles sin sus aportaciones.

Otra característica de las matemáticas que se ha hecho cada vez más evidente desde finales del siglo XIX es la *generalidad*. Diferentes estructuras matemáticas tienen muchos rasgos en común. Las reglas del álgebra básica son las mismas que las de la aritmética. Distintos tipos de geometría (euclídea, proyectiva, no euclídea... incluso la topología) mantienen una estrecha relación entre sí. Esta unidad oculta puede hacerse explícita al trabajar, desde un primer momento, con estructuras generales que obedecen reglas establecidas. Comprendidas las generalidades, todos los ejemplos especiales pasan a ser evidentes. Esto ahorra mucho trabajo que, de otro modo, habría que malgastar repitiendo en numerosas ocasiones lo que viene a ser lo mismo en un lenguaje ligeramente diferente. Sin embargo, tiene una desventaja: tiende a hacer que la disciplina sea más abstracta. En lugar de tratar de objetos familiares, como los números, las generalidades deben referirse a todo aquello que obedezca las mismas *reglas* que los números, con nombres tales como «anillo noetheriano», «categoría tensorial» o «espacio vectorial topológico». Cuando se lleva este tipo de abstracción hasta el extremo, puede ser difícil entender lo que *son* las generalidades, por no hablar de cómo emplearlas. Y, sin embargo, son tan útiles que el mundo de los seres humanos ya no funcionaría sin ellas. ¿Quieren Netflix? Pues alguien tiene que echar las cuentas. No es magia, aunque lo parezca.

Una cuarta característica de las matemáticas, muy relevante en este sentido, es su *portabilidad*. Es una consecuencia de la generalidad y el motivo por el que se necesita la abstracción. Independientemente del asunto que lo haya motivado, un concepto o un método matemático posee un nivel de generalidad que a menudo hace que sea aplicable a problemas muy diferentes. Si una cuestión cualquiera puede reformularse en el marco adecuado, entonces es abordable. La manera más sencilla y eficaz de crear matemáticas portátiles es incorporar la portabilidad al diseño desde el primer momento, al hacer explícitas las generalidades.

A lo largo de los últimos dos mil años, las matemáticas han buscado su inspiración en tres fuentes principales: las obras de la naturaleza, las obras de la humanidad y la tendencia característica de nuestra mente a buscar patrones. Estos tres pilares sustentan toda la disciplina. El milagro es que, a pesar de estos motivos multifacéticos, las matemáticas *son todas una sola cosa*. Sean cuales sean los orígenes y los objetivos de cada rama de la disciplina, esta ha acabado ligada de manera inseparable a todas las demás y sus vínculos se hacen cada vez más fuertes y complejos.

Este hecho señala un quinto motivo por el cual las matemáticas son tan eficaces y de modos tan insospechados: su *unidad*. Y de la mano de este va un sexto, del que aportaré abundantes pruebas a lo largo del texto: su *diversidad*.

Realidad, belleza, generalidad, portabilidad, unidad, diversidad. Juntas, conllevan utilidad.

No hay que darle más vueltas.