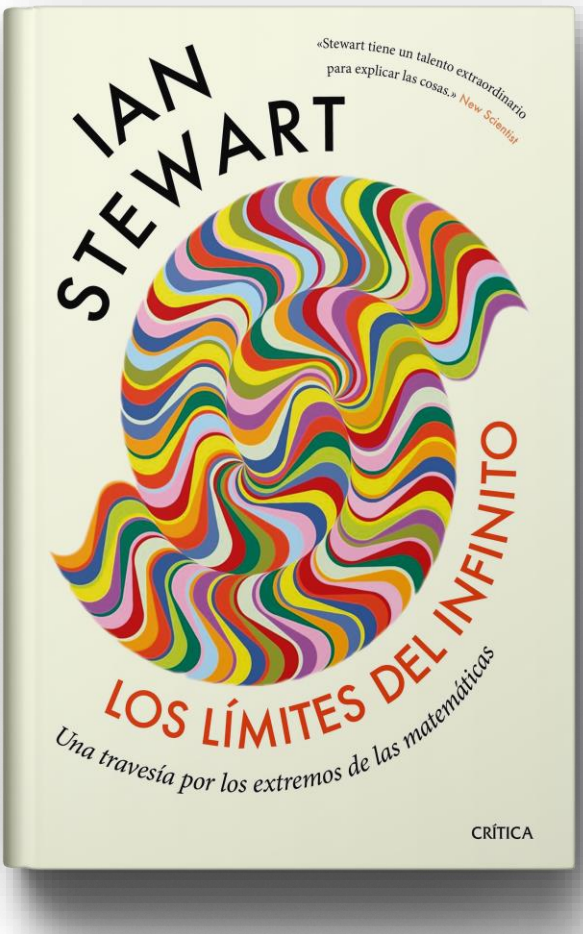
CRÍTICA

LOS LÍMITES DEL INFINITO

UNA TRAVESÍA POR LOS EXTREMOS DE LAS MATEMÁTICAS

IAN STEWART

El mayor número posible,
el camino más corto,
la superficie más pequeña,
la estrategia perfecta,
el patrón más extraño...



A LA VENTA EL 11 DE NOVIEMBRE
AUTOR DISPONIBLE PARA
ENTREVISTAS TELEMÁTICAS

PARA AMPLIAR INFORMACIÓN:

Laura Fabregat (Responsable de Comunicación Área Ensayo):
682 69 63 61 / lfabregat@planeta.es

SINOPSIS

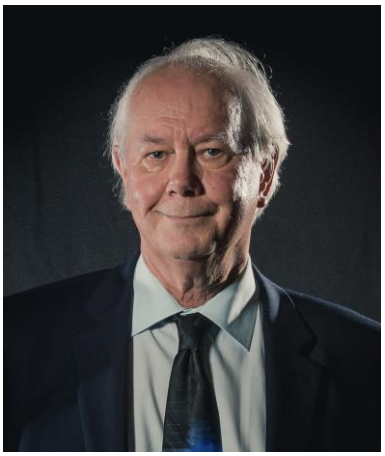
UN DESLUMBRANTE RECORRIDO POR LOS LÍMITES DE LAS MATEMÁTICAS.

¿Por qué los panales de abeja tienen forma hexagonal? ¿Cuál es la manera más eficiente de empaquetar esferas? ¿Existe la ruta absolutamente más corta entre varias ciudades? ¿Cuántos colores hacen falta para colorear cualquier mapa? ¿Qué significa realmente el infinito?

En *Los límites del infinito*, Ian Stewart nos invita a recorrer algunos de los problemas más fascinantes de la historia de las matemáticas a través de una idea común: la búsqueda de límites. El mayor número posible, el camino más corto, la superficie más pequeña, la estrategia perfecta o el patrón más extraño.

Mediante historias llenas de ingenio, rivalidad intelectual y descubrimientos inesperados, Stewart muestra cómo cuestiones aparentemente abstractas han terminado transformando nuestra comprensión del mundo. Desde Fermat y Euclides hasta Einstein y la inteligencia artificial, pasando por burbujas de jabón, juegos, rutas comerciales, códigos secretos y agujeros negros, el libro revela cómo las matemáticas avanzan explorando constantemente sus propios límites.

EL AUTOR



IAN STEWART

es conocido en todo el mundo como divulgador matemático. Recibió la Faraday Medal de la Royal Society en 1995 por promover el conocimiento público de la ciencia, la IMA Gold Medal en 2000, el Public Understanding of Science and Technology Award de la AAAS (American Association for the Advancement of Science) en 2001 y la LMS/IMA Zeeman Medal en 2008. Fue elegido miembro de la Royal Society en 2001. Es catedrático emérito de Matemáticas en la Universidad de Warwick. Entre sus libros se incluyen *Locos por las matemáticas* (2005), *Las matemáticas de la vida* (2011), *Historia de las matemáticas* (2012), *17 ecuaciones que cambiaron el mundo* (2013), *Los grandes problemas matemáticos* (2014), *Números increíbles* (2016*), Las matemáticas del cosmos* (2017) y *Mentes maravillosas* (2018) y *¿Para qué sirven las matemáticas?* (2022), todos ellos publicados por Crítica.

ALGUNOS EXTRACTOS DE LA OBRA

«Las matemáticas son una materia tan amplia que cualquier discusión al respecto tiene que ser selectiva. En este libro, analizaré diversos problemas y sus soluciones, siempre vinculados por una temática común: el intento de llevar las cosas al límite. Los investigadores en estos campos no se limitan a resolver rompecabezas, sino que buscan la mejor forma de hacerlo, las demostraciones más sencillas y las ideas que aportan los conocimientos más amplios. Del mismo modo, se esfuerzan por identificar las cuestiones más reveladoras. En este sentido, cada problema es una oportunidad. Cada oportunidad es un problema».

«¿De dónde sacan los matemáticos sus problemas? ¿Cómo los resuelven? ¿De dónde obtienen nuevas ideas? ¿Trabajan de forma aislada, compiten o cooperan entre sí? ¿Por qué buscan demostraciones de enunciados que parecen obvios? ¿Cuál es el motivo de que muchos de ellos dediquen tiempo y esfuerzo a áreas "inútiles", como la teoría de números, en lugar de enfrentarse a cuestiones "prácticas"? Ya de paso, ¿qué son las matemáticas? ¿Y quiénes se dedican a ellas? ¿Los han dejado obsoletos los ordenadores? De no ser así, ¿les dará la puntilla en breve la inteligencia artificial? […]

[Estas cuestiones] no tienen respuestas sencillas del tipo de sí o no, pero las historias y las anécdotas que se narran a lo largo del texto arrojan algo de luz sobre estas cuestiones. [Veremos] la manera en que los grandes matemáticos del pasado y del presente han abordado su trabajo, así como los problemas que han planteado, el origen de estos, las formas en que han intentado resolverlos y lo que ocurría si lo conseguían. También que no existe una "mentalidad matemática" uniforme y universal, porque cada autor tiene sus peculiaridades, sus preferencias y sus puntos fuertes y débiles. No obstante, disponen de muchas herramientas en común y los mueve un empeño colectivo.

Los temas tratados son una buena muestra del conjunto de la disciplina, hayan surgido hace dos milenios o ayer mismo. Lo cierto es que los matemáticos parten de las ideas de sus predecesores y añaden las suyas propias. No se limitan a alzarse sobre hombros de gigantes, como dijo Newton, sino en los de cualquiera que les pueda ayudar a ver más lejos».

La superficie más grande

«Muchas personas "sabían" que el círculo es la figura que encierra un área más grande dentro de un perímetro determinado, pero se tardó unos dos mil años en demostrarlo» […]. Desde 1850, más o menos, las matemáticas se han beneficiado en gran medida de la noción de que un "espacio" puede tener más dimensiones de las tres correspondientes al espacio "euclídeo". Hasta hace muy poco, este se identificaba por lo general con el de nuestra realidad física».

«En última instancia, los matemáticos y los científicos adoptaron el concepto de espacio hiperdimensional y empezaron a verlo como una manera muy adecuada de plantear algunos problemas que involucraban una gran cantidad de variables independientes. Hoy en día, los biólogos hablan del "espacio" de todas las secuencias posibles de ADN. En estos términos, el ser humano es un punto en una región de 3.054.815.472 dimensiones, cuyas coordenadas no son números, sino las cuatro bases nitrogenadas del ácido desoxirribonucleico, A, C, G y T. Del mismo modo, los expertos representan el estado de la economía de un país mediante un valor concreto en un conjunto de varios millones de dimensiones, correspondientes a los precios en un momento dado de una cantidad equivalente de productos básicos.

Entre los primeros trabajos de geometría hiperdimensional figura el cálculo de la "superficie" y el "volumen" de una hiperesfera, el análogo en ese contexto de una esfera. Existen fórmulas para ello, que son muy similares a las atribuidas antes a Arquímedes. De manera sorprendente, aunque tal vez no inesperada por completo, en todas ellas aparece nuestro viejo conocido, π. Una vez que se sabe cómo calcular estas características, es lógico extender el problema isoperimétrico a estas regiones. De nuevo, no es totalmente asombroso el hecho de que la "hipersuperficie" de "hiperárea" fija con un mayor "hipervolumen" encerrado sea, por así decirlo, una "hiperesfera". La prueba, eso sí, es difícil».

La caída más rápida

«Durante el Renacimiento italiano, en los siglos XV y XVI, eran pocos los matemáticos de renombre en todo el mundo, pero los que había solían organizar competiciones a la vista de todos, en las que retaban a sus rivales a resolver problemas planteados por ellos mismos […].

Una de estas ocasiones dio lugar a una nueva rama de la disciplina. En junio de 1696, el matemático suizo Johann Bernoulli publicó una breve nota en la revista Acta Eruditorum, en la que planteaba un problema a sus colegas […]. Bernoulli consideró un "modelo simplificado" de un experimento físico: una pequeña bola que se desliza por un alambre, sometida a la fuerza de la gravedad, representada por un punto que se desplaza con libertad y sin fricción a lo largo de un arco. En este caso, su movimiento depende de la forma de la guía que recorre. A mayor pendiente, más velocidad. El reto consistía en encontrar la trayectoria capaz de unir el lugar de partida y el de llegada y de hacer que el recorrido de la esfera de uno a otro fuera lo más breve posible. Este dilema fue conocido por el nombre de la curva que lo resuelve: *braquistócrona*, que en griego significa "la del tiempo más corto". El problema planteado por el suizo y el lenguaje en que lo expresó son indicadores de la medida en que los sabios de la época intentaban superarse unos a otros, siempre a la zaga de un mayor prestigio. En un primer momento, concedió a sus lectores un plazo de seis meses para encontrar la solución, pero el matemático, filósofo, diplomático y erudito Gottfried Wilhelm Leibniz solicitó una prórroga y el plazo se amplió un año […].

Cinco eruditos aceptaron el reto y enviaron sus soluciones: Isaac Newton, Jacob Bernoulli (hermano de Johann), Leibniz, Ehrenfried von Tschirnhaus y Guillaume de l'Hôpital, todos ellos figuras destacadas en la historia de las matemáticas. En enero de 1697, Newton […] llegó a su casa una tarde y se encontró una carta de Johann, en la que mencionaba el problema. Pasó toda la noche en vela, resolvió la cuestión a la mañana siguiente y le envió de inmediato la solución, sin firmarla siquiera. Tras leerla, el sabio suizo dijo que "se reconoce al león por la marca de sus garras". No obstante, el malhumorado Newton fue menos cortés y escribió al respecto: "No me gusta que los extranjeros me amenacen ni se burlen de mí en cuestiones

matemáticas" (con "amenazar" se refería a "importunar". El científico inglés era competitivo, pero prefería elegir sus propias batallas).

A continuación, Jacob Bernoulli planteó un problema similar, pero más difícil, e ideó un nuevo método para resolverlo. Seis décadas más tarde, Euler desarrolló esta solución y la convirtió en una teoría sistemática. De este modo, surgió una nueva rama de las matemáticas: el cálculo de variaciones. Este campo se hizo pronto indispensable en la mecánica y en la óptica, y desde entonces se ha hecho ubicuo en la física, incluidas la relatividad y la cuántica.

No está mal para una cuestión en apariencia intrascendente».

El hueco más pequeño

«El teorema de los números primos confirma que estos se vuelven menos abundantes a medida que aumentan, pero que este proceso ocurre de forma relativamente lenta. El que ocupa la posición n tiene un tamaño similar a n log n. Sin embargo, como se ha señalado con anterioridad, en ocasiones se acumulan unos cuantos».

«El venerable antepasado de este tipo de agrupaciones es la "conjetura de los primos gemelos", formulada de forma explícita por el especialista en teoría de números Edmund Landau en 1912, aunque su conocimiento informal y "popular" se remonta a mucho antes. En ella se afirma que hay infinitos pares de primos cuya resta es dos».

«En 2014 Yitang Zhang realizó un avance inesperado en esta cuestión, al demostrar un teorema menos potente, pero aun así notable: hay infinitos pares de primos cuya resta es menor a setenta millones. Para demostrar la conjetura de los gemelos esta cantidad debería reducirse a dos, de modo que aún se puede mejorar mucho en este frente. Sin embargo, Zhang fue la primera persona de todas las épocas en demostrar que hay un número, cualquiera, que satisface esta condición […].

Ahora que Zhang se había abierto camino a través de la jungla matemática, los profesionales pudieron abordar la conjetura de los primos gemelos y reducir el hueco con sus habituales procesos aproximativos, logrando mejoras paso a paso. Tal vez alguien acabe por reducirlo a dos. En todo caso, conforme los especialistas en teoría de números asimilaban el resultado de Zhang, pudieron lograr diferencias cada vez más pequeñas. James Maynard adoptó un enfoque distinto, aunque relacionado. Perfeccionó el método de la criba de GPY y consiguió disminuir el valor a seiscientos. Además, observó que si otra conjetura sobre este tipo de números, la de Elliott-Halberstam, era cierta, entonces esa cantidad podía rebajarse a doce. Por su parte, Terence Tao creó un proceso colaborativo por Internet, en el que puede participar cualquiera (con el nivel necesario de habilidad matemática), llamado Polymath Project. Los participantes pueden proponer problemas y discutir las soluciones. Un hilo está dedicado a este tema en particular, con el objetivo de disminuir la separación todo lo posible, y los voluntarios lo han conseguido poco a poco, tras intercambiar todo tipo de ideas novedosas. Al momento de escribir estas líneas, el valor más pequeño alcanzado es 246.

Lejos aún del ansiado dos, pero mejor que setenta millones».

El camino más corto

«La principal omisión del nuevo planteamiento de la física que había hecho Einstein era la gravedad. De este modo, en 1907 se propuso actualizar su teoría para incluirla. Lo consiguió en

1915, cuando formuló la relatividad general. Para ello, sustituyó las ideas de Newton de un espacio y un tiempo independientes e inmutables por una variedad unificada, el "espacio-tiempo", un objeto curvo de cuatro dimensiones, y reemplazó la fuerza gravitatoria, que hasta entonces había constituido una noción determinante, por la curvatura.

En la mecánica newtoniana, el espacio es un volumen euclídeo tridimensional y el tiempo se mide mediante un único número real (una línea recta), de modo que la combinación de ambos tiene cuatro dimensiones y las mismas características que sus componentes (aunque Newton nunca lo habría dicho así). En términos de Riemann, esta configuración es plana: una variedad de curvatura nula. En este sentido, la relatividad general es muy diferente. También contempla cuatro dimensiones, tres para el espacio y una para el tiempo, pero su unión ya no es euclídea. Por el contrario, es curva, conforme a lo indicado por una versión determinada del tensor de curvatura de Riemann, y los cuerpos se desplazan en su seno de acuerdo con la geometría correspondiente. Sin embargo, esta cambia también a medida que la masa se desplaza. Para la mayoría de los objetos, la modificación es muy pequeña, excepto en su inmediata proximidad, donde la concentración de materia deforma el espacio-tiempo. Esto crea la ilusión de una fuerza que actúa sobre otros cuerpos, pero en realidad es efecto de la curvatura.

Para los cuerpos que se mueven con mucha lentitud, el tiempo desempeña un papel secundario. La característica más importante es la curvatura del espacio, la cual define el panorama gravitatorio en cada momento: la forma en que cambia la fuerza de la gravedad con la ubicación. Cerca de una estrella, este factor es muy elevado, en cambio en las inmensidades del espacio intergaláctico es cercano a cero, porque es plano y está vacío. Dado que vivimos en el seno de esta variedad, no percibimos su curvatura del modo en que la vemos cuando se dobla un alambre para hacer un gancho o se moldea la arcilla para fabricar un cuenco. En vez de eso, el efecto se parece más a una región del espacio-tiempo que fuera más grande (o más pequeña) por dentro de lo que parece ser por fuera. En ese sentido, la TARDIS, la cabina que usaba el Doctor Who para sus viajes intergalácticos, es una porción de espacio-tiempo curvo».

La superficie más pequeña

«Las pompas de jabón y las burbujas no son solo pasatiempos fascinantes. Son relevantes en el mundo físico. Un ejemplo directo se encuentra en la elaboración de la cerveza: quienes la fabrican necesitan comprender la formación de la espuma, compuesta por miles de diminutas esferas. Del mismo modo, el desgaste en las hélices de los barcos se produce debido a la cavitación, que no es otra cosa que la formación de pequeñas cámaras de vapor en el agua, debida a la velocidad de las palas al girar. Más importante aún, constituyen "superficies mínimas": adoptan la forma con la menor área posible, dependiendo de las circunstancias, tales como la exigencia de contener un volumen determinado de aire o de abarcar cierto límite […].

No obstante, sus aplicaciones más importantes se encuentran en la ciencia, tanto teórica como práctica, y en la tecnología. Las superficies mínimas se utilizan para diseñar "metamateriales", que son productos artificiales con propiedades poco habituales muy utilizados en nanotecnología. Se puede hacer que se "autoensamblen", es decir, que se generen como consecuencia de fenómenos naturales. Esto da lugar a estructuras muy intrincadas a escalas muy pequeñas, que no se podrían fabricar con métodos convencionales. También aparecen en los seres vivos, en membranas biológicas y en las sustancias responsables del color iridiscente de escarabajos y otros insectos. En cosmología, las conexiones con este campo han dado lugar a importantes avances en el estudio de los agujeros negros: regiones aisladas del

universo que contienen tanta masa que la luz no puede escapar de ellas. Si hay algo que pueda servir de ejemplo de lo portátiles que son las matemáticas, sin duda es la humilde burbuja».

«El horizonte de sucesos en torno a un agujero negro es esférico, igual que una burbuja. También se puede definir en este caso una especie de "tensión superficial", análoga a la de una película de solución jabonosa, salvo que aquí no hay jabón que valga».

«En 1973 Stephen Hawking concluyó que todos los horizontes de sucesos tienen la topología de una esfera, una analogía cosmológica de la naturaleza de las pompas de jabón».

El número más grande

«¿Existen conjuntos más grandes que el de los números enteros, "más infinitos" que este? Del mismo modo, ¿qué hay de las fracciones? Son mucho más abundantes que los enteros y de hecho hay infinitas entre dos cualesquiera de ellos. Incluso su número es ilimitado entre dos fracciones dadas.

Pensémoslo. Dadas dos fracciones distintas, una siempre es mayor que la otra. En este sentido, conservan "un orden" a lo largo de la recta de los números. Sin embargo, no lo hacen como las cuentas en un collar ni como los enteros. No hay una vecina, que sea la "siguiente más grande". A primera vista, podría parecer que no hay forma alguna de contar este conjunto. Lo cual es cierto si se pretende hacerlo en función de su magnitud. Digamos que se empieza por 1/2, entonces se habrán pasado por alto las inferiores a este valor, como 1/3 o 103/227. De comenzar por algo más pequeño, por ejemplo 1/1.000.000, se habrán omitido todavía las menores que esta. De este modo, nada más arrancar hay que dejar de lado muchas de ellas, y si se insiste en atribuirles un orden numérico, no se puede volver atrás. La buena noticia a este respecto es que no hay por qué hacerlo así. Después de todo, un pastor no está obligado a numerar sus ovejas conforme al volumen de los animales. Así que, si no hay que preocuparse por el tamaño, es posible volver sobre nuestros pasos. Cantor se dio cuenta de que si lo hacía así, podía contar el conjunto de las fracciones. El truco estaba en ordenarlas de forma diferente».

«Los números transfinitos de Cantor son instrumentos más bien toscos para medir el tamaño de un conjunto, a pesar de lo cual hoy en día se consideran conceptos asentados y dignos de respeto. La distinción entre infinitos numerables y no numerables ha resultado tener una importancia extrema en muchas áreas, entre las que se encuentran el cálculo de probabilidades y la interpretación contemporánea de la integración en el análisis. La teoría de conjuntos, que llevó a Cantor a estos descubrimientos, está integrada en la actualidad en el núcleo central de las matemáticas. Sin ella, ni siquiera se podría definir el objeto de la disciplina. Es la esencia del pensamiento abstracto. Sin embargo, surgió como una especie de producto secundario del mucho más convencional problema acerca de la convergencia de las series de Fourier, que a su vez estaba motivado por la física del calor».

«La teoría de conjuntos, que ya no es un terreno inexplorado, proporciona un lenguaje que se emplea ahora en todas las ramas de las matemáticas y enseña que el infinito tiene diferentes tamaños. La negativa generalizada a aceptar sus conclusiones por parte de matemáticos ultraconservadores durante la vida de su creador causó a este una enorme e inmerecida angustia. Su Jardín del Edén provocó una revolución en los cimientos de la disciplina».

El mejor pliegue

«Conocer la secuencia de aminoácidos está muy bien, pero el comportamiento de una proteína viene determinado por su forma, en especial por la manera en que se pliega en el espacio. Esta no solo está condicionada por el código en el ADN, sino también por fuerzas físicas y químicas. En este sentido, deducir este aspecto a partir de la cadena de letras es lo que se conoce como el problema del "plegamiento de proteínas" y hasta hace poco era muy difícil de resolver. La idea subyacente es que el pliegue adoptado es el que hace mínima la energía, como ocurría con las pompas de jabón en un alambre. No obstante, en una aproximación ingenua esto exigiría calcular el valor de todas las opciones posibles, para comprobar cuál es el más pequeño».

«Se dispone de ciertas evidencias de que la evolución ha seleccionado proteínas con un paisaje energético simple, lo que hace que este proceso sea más robusto y menos propenso a fallar. En casos así, las matemáticas necesarias para encontrar la configuración con la menor energía son más sencillas. Sea como fuere, los métodos disponibles para resolver este problema no estaban en realidad a la altura.

De modo que los biólogos moleculares idearon otro: observar directamente la forma de la proteína, mediante difracción de rayos X. Tan solo hay que construir un cristal a partir de la molécula, hacer pasar un haz de esta radiación a su través, registrar los patrones resultantes y calcular la posición de todos los átomos. Esto se puede hacer con análisis de Fourier (si se logra que cristalice la proteína, lo que a menudo no sucede). Esta técnica ha tenido éxito en muchos casos importantes, incluida la hemoglobina. No obstante, es muy complicada y lleva mucho tiempo. Si existiera una forma rápida y sencilla de calcular el mejor pliegue de manera directa, a partir de la secuencia de aminoácidos, los avances resultantes serían inconmensurables. Solo en medicina ya se obtendrían enormes beneficios».

«El repentino auge de la inteligencia artificial ha causado un gran revuelo en todo el mundo. ChatGPT por sí solo ha supuesto una disrupción considerable en los exámenes de escuelas y universidades. Como todas las tecnologías revolucionarias, desde el fuego en adelante, el aprendizaje automático tiene la capacidad de acarrear beneficios y desventajas. En este sentido, puede utilizarse para resolver el problema del plegamiento de proteínas (algo bueno, a no ser que se use para diseñar armas biológicas) tanto como para producir vídeos falsos y erosionar los procesos democráticos (algo malo, aunque algunas personas lo considerarán de otra manera si sirve para atacar a sus oponentes). Gobiernos, organizaciones e individuos tienen que abordar estas cuestiones (o no).

Desde el punto de vista de las matemáticas, el aprendizaje automático ofrece algunas oportunidades muy llamativas. Así, puede utilizarse para desvelar patrones ocultos en la teoría de números, por ejemplo. Pongamos que la entrada sea una lista de números primos y la salida sea el siguiente miembro de la sucesión. O, de manera más ambiciosa, se podrían introducir mil millones de teoremas y entrenar al sistema para que produjera sus propias demostraciones, antes de ponerlo a funcionar con la hipótesis de Riemann. Esto no deja de ser pura ciencia ficción, porque ni siquiera los sistemas físicos actuales están a la altura de una tarea como esta. No obstante, a un nivel adecuado, este tipo de resultados obtenidos mediante inteligencia artificial podría desvelar nuevas afirmaciones teóricas».

La energía más baja

«La mecánica cuántica trata de la materia en su escala más pequeña, la de las "partículas subatómicas". A lo largo de los años, el número de estas consideradas "fundamentales" por los físicos ha aumentado (gracias a descubrimientos en colisiones cada vez más energéticas) y disminuido (a medida que las teorías más recientes reducían la cantidad de estos componentes básicos). Sea como fuere, los experimentos en este ámbito consisten, de manera casi universal, en hacerlas chocar entre sí en enormes aceleradores y en examinar las cascadas resultantes en busca de indicios que revelen la presencia de nuevos integrantes. A mayores energías, mayor es la probabilidad de detectar algún recién llegado».

«El mecanismo por el cual el bosón de Higgs dota de masa a las partículas se conoce como "ruptura espontánea de simetría". Los sistemas físicos tienden a privilegiar las configuraciones de menor energía frente a otras posibles y rara vez ocupan aquellas que son viables en teoría, pero que se muestran inestables, como un lápiz que se pusiera vertical, en equilibrio sobre su punta. En este nivel inferior, las distribuciones se rigen en muchos casos por ecuaciones simétricas, lo que quiere decir que estas no cambian bajo ciertas transformaciones de las variables que determinan el estado. Por ejemplo, el lapicero puesto sobre su mina, libre de moverse en cualquier dirección, pero sujeto a la gravedad de la Tierra, viene determinado por expresiones con simetría circular en torno a su eje. La rotación alrededor de este no altera las igualdades dinámicas, lo cual se refleja en el movimiento real conforme a la siguiente frase: "Si puede darse un estado, también podría darse cualquiera de sus rotaciones". Por ejemplo, el portaminas podría inclinarse hacia un lado y caer de manera que apuntase al norte. Pues bien, la anterior propiedad implica que también podría hacerlo en cualquier otra dirección y mirar al este, al oeste, al noreste, etc».

«El caso es que las ondas asociadas a los corpúsculos cuánticos viajan a la velocidad de la luz, pero según la relatividad tales objetos deberían tener una masa infinita, a menos que su valor de partida fuese nulo. Por desgracia, no se ha observado ninguno de estos dos casos. En vez de esto, la masa de las partículas es muy pequeña, pero no es cero. La existencia de una brecha de masa implica que la energía de cualquier estado que no sea el vacío supera al de este al menos en una cantidad fija. Esto tiene el efecto de proporcionar un límite inferior para el valor de la masa de una partícula y que este no sea cero.

El problema del milenio del Instituto Clay consiste en demostrar que existen versiones cuánticas de la teoría de Yang-Mills y que estas implican una brecha de masa. Hasta la fecha, es una cuestión que sigue sin hallar solución, si bien uno de los interrogantes pendientes (la conjetura de Poincaré) ya se ha resuelto. Lo que permite abrigar esperanzas respecto a los demás».

La idea más brillante

«La esencia de las matemáticas es la simplicidad. Puede que esto no resulte evidente para quien se esfuerza por aprender la multiplicación de cifras grandes o el teorema del binomio. Incluso es posible que suene absurdo ante una revista especializada de investigación, con su intrincada cábala de símbolos y su llamativo y rebuscado lenguaje ("se tiene lo siguiente..."). No obstante, en última instancia los profesionales en este ramo buscan las explicaciones más sencillas e ilustrativas que puedan encontrar. La triste realidad es que estas no dejan de parecer bastante complicadas para todo aquel que no esté versado en las ideas y técnicas pertinentes».

«Los matemáticos son personas que ven oportunidades para desarrollar su disciplina allí donde otros no las perciben. En este sentido, tienen un instinto innato para aprovechar estas ocasiones, con una persistencia inquebrantable. Rodeados por problemas surgidos tanto del mundo físico como de la mente de otros compañeros de profesión, no les es difícil encontrar un asunto al que aplicarse. El que elijan uno u otro depende de ellos: de sus conocimientos previos, su experiencia pasada, sus preferencias en cuanto a estilo o sus opiniones y prejuicios personales. Sea como fuere, lo cierto es que en todo momento sus cerebros no dejan de darles vueltas a los temas en los que están trabajando, bien esos que han intentado resolver durante veinte años o los nuevos que han llamado su atención de repente. Los dilemas que escogen vienen determinados por estos factores, orientados por el tipo de cuestiones que están capacitados para abordar desde un punto de vista personal, por el sentimiento de que es posible avanzar en ese terreno y por alguna idea genérica sobre el punto de partida».

«También es posible avanzar y trabajar de manera consciente hacia una nueva idea mediante el instinto matemático. En este caso, los logros previos en alguna rama de la disciplina sirven para estimular el cerebro, a menudo conforme a la habitual actitud de "genial, bien hecho. ¿Podemos llegar más lejos?". Tal vez algunas técnicas bastante manidas y unos cálculos rutinarios indiquen una forma de abordar el problema. Un investigador podría probar suerte con ellos, en un contexto "empírico", y dejarse llevar por su olfato, a la vez que se mantiene alerta para detectar cualquier aspecto que le parezca relevante. Si tiene suerte (lo cual es raro), la cuestión se resuelve a ojos vistas».

«A menudo el público se pregunta si las matemáticas se descubren o se inventan. Esta cuestión está relacionada de manera muy íntima con dos opiniones contrapuestas sobre la disciplina. Por un lado, está el punto de vista "platónico" (que toma su nombre del filósofo griego Platón), según el cual todos los conceptos en este campo existen en un mundo ideal, están "ahí fuera", y los humanos los hallamos al explorar este territorio. Frente a esto se encuentra la noción, promovida sobre todo por Reuben Hersh, de que las matemáticas son como el dinero: un constructo social que reside en la mente de quienes se dedican a ellas y en los registros que estos generan.

Tomada al pie de la letra, la primera postura es absurda. No hay más que preguntarse dónde se encuentra ese "ahí fuera". Por otro lado, la segunda es criticada a menudo con el argumento de que la verdad en este terreno no es igual que las otras opiniones de los seres humanos, como el mérito literario o artístico. No se puede elegir si 2 + 2 es 4 o 5. Esta objeción es válida, pero irrelevante. La sociedad que construye la disciplina está formada por los expertos en la materia, que juzgan los nuevos contenidos en función de su validez e interés intrínseco, no solo con base en un criterio arbitrario. Es decir, las matemáticas son un constructo social, pero hay límites muy estrictos sobre lo que se puede construir».

«¿Podrían los ordenadores hacer que los matemáticos se volvieran innecesarios? Es posible. A largo plazo, amenazan con tener ese efecto en muchas áreas de la actividad humana. Sin embargo, el principal "motor" de la inteligencia artificial está anclado con firmeza en nociones estándar de la disciplina, como el álgebra matricial. Es de suponer que su desarrollo posterior requerirá instrumentos más sofisticados de la misma disciplina. Puedo concebir un escenario futuro de ciencia ficción en el que las máquinas se vuelvan tan "inteligentes" que produzcan sus propias matemáticas inéditas y que se les ocurran mejoras. Esta es la "singularidad", el punto en el que la humanidad ya no puede seguir el ritmo de su tecnología. Puedo imaginar que esto

suceda en realidad. Sin embargo, lo que a mí se me pueda ocurrir y lo que pase de verdad son dos cosas muy distintas».

A modo de resumen...

«Al hojear los capítulos de este libro, se puede ver que los mismos temas aparecen una y otra vez. Los poliedros regulares, el punto álgido de los Elementos de Euclides, surgen en la obra de Galois sobre ecuaciones y en el concepto de simetría, incluso en las teorías cosmológicas antiguas y modernas, aunque en ambos casos esos modelos hayan sido refutados en última instancia por las observaciones. El infinito y los infinitesimales intrigaron y atormentaron a los griegos e hicieron que muchos autores se tiraran de los pelos al toparse con alguna aparente paradoja. Sin embargo, demostraron su utilidad una vez tras otra, desde las ingeniosas investigaciones de Arquímedes sobre la esfera hasta el cálculo de Newton y Leibniz, pasando por las variedades de Riemann y el espacio-tiempo curvo de Einstein. Los patrones de los teselados aportan mucha información sobre simetría y lógica, además de fundamentar los misterios del monstruo. Las redes aparecen en ambas áreas. Las formas modulares condujeron a la épica demostración de Wiles del último teorema de Fermat, al monstruoso despropósito y a la teoría de cuerdas. Es posible codificar figuras geométricas complicadas en grafos, que son mucho más simples que las anteriores, como se hizo de cara al teorema de los cuatro colores, la conjetura de Kepler y el problema del vendedor ambulante. Este tipo de representaciones permiten reducir innumerables ideas complicadas a una imagen sencilla, tales como distribuciones de esferas adyacentes en un empaquetamiento o mapas de carreteras. Así mismo, las matrices son ubicuas, desde el módulo del monstruo hasta el aprendizaje automático. Los números u otros objetos simbólicos asignados a configuraciones geométricas, tales como el parámetro de Hales en su demostración de la conjetura de Kepler o la carga en el método de Heesch para el teorema de los cuatro colores, permiten cercenar las dificultades como hizo Alejandro con el nudo gordiano. Por su parte, las observaciones preliminares, como la reducción del problema de los cuatro colores a mapas cúbicos, pueden reducir la cuestión a una forma más simple y de mejor comportamiento, antes de que comience la acción en serio.

Incluso algunos métodos de demostración han dejado su huella a través de los siglos: la contradicción, los delincuentes mínimos, la inducción, divide y vencerás o las iteraciones. Sin embargo, las matemáticas no se han quedado quietas, claro está. Lo que se hace hoy en día con estas herramientas ancestrales es original y creativo. No obstante, los hombros de los gigantes de antaño son anchos y fuertes. Las fuentes de los nuevos conceptos y problemas de las matemáticas tienen una continuidad similar. Esto es perceptible en el deseo de comprender el mundo físico, tanto en el firmamento, en el que reinan estrellas y planetas, como aquí abajo, en la Tierra, desde el movimiento de los objetos inanimados hasta el enigma de la vida. O en la necesidad que tiene la sociedad de normas y leyes, cuentas y registros, en los requisitos del comercio, la navegación, la topografía y la comunicación. O en la belleza intrínseca de las formas matemáticas y en el funcionamiento y la creatividad de la imaginación de los seres humanos.

Así es como la mente matemática aprovecha las oportunidades».

CRÍTICA

PARA AMPLIAR INFORMACIÓN:

Laura Fabregat (Responsable de Comunicación Área Ensayo):
682 69 63 61 / lfabregat@planeta.es